



**UNIVERSIDAD CATÓLICA  
DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL**

FACULTAD DE EDUCACIÓN TÉCNICA PARA EL DESARROLLO  
CARRERA DE INGENIERÍA ELÉCTRICO-MECÁNICA

TEMA:

**Desarrollo de escenarios de simulación del control de velocidad de  
máquinas de corriente continua mediante el controlador PID**

AUTOR:

Chinchay Aponte, Jean Carlos

Trabajo de Titulación previo a la obtención del título de  
**INGENIERO ELÉCTRICO-MECÁNICO**

TUTOR:

M. Sc. Bastidas Cabrera, Tomas Gaspar

Guayaquil, Ecuador

8 de marzo del 2022



**UNIVERSIDAD CATÓLICA  
DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL**

FACULTAD DE EDUCACIÓN TÉCNICA PARA EL DESARROLLO  
CARRERA DE INGENIERÍA ELÉCTRICO-MECÁNICA

**CERTIFICACIÓN**

Certificamos que el presente trabajo fue realizado en su totalidad por el Sr.  
**Chinchay Aponte, Jean Carlos** como requerimiento para la obtención del  
título de **INGENIERO ELÉCTRICO-MECÁNICO**.

TUTOR

M. Sc. Bastidas Cabrera, Tomas Gaspar

DIRECTOR DE CARRERA

M. Sc. Heras Sánchez, Miguel Armando

Guayaquil, a los 8 días del mes de marzo del año 2022



**UNIVERSIDAD CATÓLICA  
DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL**

FACULTAD DE EDUCACIÓN TÉCNICA PARA EL DESARROLLO  
CARRERA DE INGENIERÍA ELÉCTRICO-MECÁNICA

**DECLARACIÓN DE RESPONSABILIDAD**

Yo, **Chinchay Aponte, Jean Carlos**

**DECLARÓ QUE:**

El trabajo de titulación “**Desarrollo de escenarios de simulación del control de velocidad de máquinas de corriente continua mediante el controlador PID**” previo a la obtención del Título de **Ingeniero Eléctrico-Mecánico**, ha sido desarrollado respetando derechos intelectuales de terceros conforme las citas que constan en el documento, cuyas fuentes se incorporan en las referencias o bibliografías. Consecuentemente este trabajo es de mi total autoría.

En virtud de esta declaración, me responsabilizo del contenido, veracidad y alcance del Trabajo de Titulación referido.

Guayaquil, a los 8 días del mes de marzo del año 2022

EL AUTOR

*Jean Carlos Chinchay Aponte*

---

Chinchay Aponte, Jean Carlos



**UNIVERSIDAD CATÓLICA  
DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL**

FACULTAD DE EDUCACIÓN TÉCNICA PARA EL DESARROLLO  
CARRERA DE INGENIERÍA ELÉCTRICO-MECÁNICA

**AUTORIZACIÓN**

Yo, **Chinchay Aponte, Jean Carlos**

Autorizó a la Universidad Católica de Santiago de Guayaquil, la publicación, en la biblioteca de la institución del Trabajo de Titulación: **“Desarrollo de escenarios de simulación del control de velocidad de máquinas de corriente continua mediante el controlador PID”**, cuyo contenido, ideas y criterios son de mi exclusiva responsabilidad y total autoría.

Guayaquil, a los 8 días del mes de marzo del año 2022

EL AUTOR

*Jean Carlos Chinchay Aponte*

---

Chinchay Aponte, Jean Carlos

# REPORTE DE URKUND

**URKUND** Abrir sesión

**Documento:** [Chinchay\\_Jean.docx](#) (D128064776)

**Presentado:** 2022-02-16 15:23 (-05:00)

**Presentado por:** fernandopm23@hotmail.com

**Recibido:** edwin.palacios.ucsg@analysis.orkund.com

**Mensaje:** Revisión TT Jean Chinchay [Mostrar el mensaje completo](#)

0% de estas 18 páginas, se componen de texto presente en 0 fuentes.

**Lista de fuentes** Bloques

Categoría	Enlace/nombre de archivo	
Fuentes alternativas		
Fuentes no usadas		

1 Advertencias. Reinciar Compartir ?

UNIVERSIDAD CATÓLICA DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL  
FACULTAD DE EDUCACIÓN TÉCNICA PARA EL DESARROLLO  
CARRERA DE INGENIERÍA ELÉCTRICO-MECÁNICA

TEMA: Desarrollo de escenarios de simulación del control de  
velocidad de máquinas de corriente continua mediante el  
controlador PID

AUTOR: Chinchay Aponte, Jean Carlos

Trabajo de Titulación previo a la obtención del título de  
INGENIERO ELÉCTRICO-MECÁNICO

TUTOR: M. Sc. Bastidas Cabrera, Tomas Gaspar

Guayaquil, Ecuador

4 de febrero del 2022

UNIVERSIDAD CATÓLICA DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL

## **DEDICATORIA**

Dedico mi proyecto a mis padres que con amor me incentivaron durante mi carrera universitaria por haber inculcado en mí el deseo de superación en la vida y haberme ayudado en las dificultades que se presentaban a lo largo de mi carrera.

## **EL AUTOR**

Chinchay Aponte, Jean Carlos

## **AGRADECIMIENTO**

Agradezco a mi tutor de tesis, Ing. Bastidas Cabrera Tomas Gaspar. M.Sc. quien con su conocimiento y experiencia ha logrado que culmine mi proyecto con mucho éxito. A la Facultad Técnica de Educación para el Desarrollo por haberme enseñado todos los conocimientos necesarios para poner en marcha mi proyecto de tesis. A todas las personas quienes constituyen Carrera de Ingeniería Eléctrico – Mecánica y en especial a mis padres que siempre me apoyaron y me brindaron el apoyo necesario para salir adelante.

## **EL AUTOR**

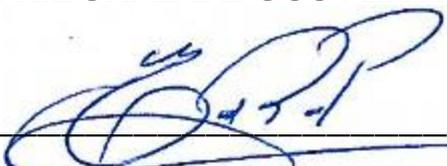
Chinchay Aponte, Jean Carlos



**UNIVERSIDAD CATÓLICA  
DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL**

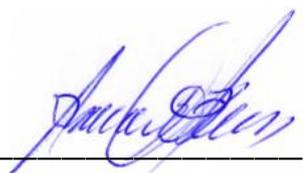
FACULTAD DE EDUCACIÓN TÉCNICA PARA EL DESARROLLO  
CARRERA DE INGENIERÍA ELÉCTRICO-MECÁNICA

**TRIBUNAL DE SUSTENTACIÓN**

f.  \_\_\_\_\_

**M. Sc. Romero Paz, Manuel De Jesus**

DECANO

f.  \_\_\_\_\_

**M. Sc. Heras Sánchez, Miguel Armando**

DIRECTOR DE CARRERA

f.  \_\_\_\_\_

**M. Sc. Philco Asqui, Luis Orlando**

OPONENTE

## Índice General

Índice de Figuras .....	XI
Índice de Tablas.....	XIII
Resumen.....	XIV
Capítulo 1: Descripción General del Trabajo de Titulación .....	2
1.1.  Introducción. ....	2
1.2.  Antecedentes.....	3
1.3.  Definición del Problema.....	3
1.4.  Justificación del problema a investigar. ....	3
1.5.  Objetivos del Problema de Investigación.....	3
1.5.1.  Objetivo General.....	3
1.5.2.  Objetivos Específicos.....	4
Capítulo 2: Fundamentación Teórica .....	5
2.1.  Generalidades de las máquinas de corriente continua. ....	5
2.2.  Estructura del motor de corriente continua. ....	6
2.2.1.  Polos principales.....	7
2.2.2.  Carcasa.....	7
2.2.3.  Armadura o inducido. ....	8
2.3.  Ventajas y desventajas de máquinas de corriente continua. ....	8
2.4.  Modelado, análisis y control de un sistema.....	9
2.5.  Ecuaciones de un sistema físico. ....	9
2.6.  Propiedades de los sistemas de tiempo continuo .....	12
2.6.1.  Linealidad de un sistema. ....	12
2.6.2.  Invarianza temporal de un sistema.....	12
2.7.  Representaciones temporales de los sistemas .....	13
2.7.1.  Representación externa mediante una ecuación diferencial..	13
2.7.2.  Representación de estados del sistema.....	13

2.7.3. ¿Implementación analógica o digital? .....	14
2.8. Sistemas de control. ....	14
2.8.1. Sistemas de control de bucle abierto. ....	17
2.8.2. Sistemas de control de bucle cerrado.....	17
2.9. Controladores PID. ....	18
2.9.1. Controlador PID ideal.....	18
2.9.2. Propiedades de las acciones proporcional, integral y derivativa. .....	19
Capítulo 3: Diseño, Implementación y resultados .....	21
3.1. Descripción general del componente práctico. ....	21
3.2. Relaciones generales del motor de corriente continua. ....	21
3.2.1. Control por el inductor $it = I0$ .....	22
3.2.2. Control por el inductor $it = \varphi0$ .....	23
3.3. Diseño del sistema de control de motores de corriente continua. ....	25
3.4. Estudio del sistema puramente analógico. ....	27
3.5. Sistema controlador analógico: aplicación del controlador PI y PID para el control de velocidad. ....	32
Conclusiones.....	38
Recomendaciones.....	39
Bibliografía .....	40

## Índice de Figuras

### Capítulo 2

Figura 2. 1: Representación del comportamiento de máquinas eléctricas. ....	5
Figura 2. 2: Diagrama de la estructura de un motor de corriente continua. ....	6
Figura 2. 3: Representación de los polos principales.....	7
Figura 2. 4: Representación de la carcasa (a) bobinado y (b) imán permanente. .....	7
Figura 2. 5: Representación del inducido o armadura. ....	8
Figura 2. 6: Celda policristalina y su módulo fotovoltaico. ....	8
Figura 2. 7: Principio de funcionamiento de un motor de corriente continua.	10
Figura 2. 8: Propiedad de la linealidad de un sistema. ....	12
Figura 2. 9: Propiedad de invarianza temporal de un sistema. ....	12
Figura 2. 10: Características de la respuesta al escalón de un sistema. ....	16
Figura 2. 11: Características de la respuesta al escalón de un sistema. ....	17
Figura 2. 12: Características de la respuesta al escalón de un sistema. ....	18
Figura 2. 13: Representación de bloques de un controlador PID ideal. ....	18

### Capítulo 3

Figura 3. 1: Diagrama esquemático del motor de corriente continua. ....	21
Figura 3. 2: Esquema general del inducido del motor de corriente continua.	21
Figura 3. 3: Control de inductor. ....	23
Figura 3. 4: Control de la armadura. ....	23
Figura 3. 5: Diagrama de bloques del funcionamiento del motor de corriente continua.....	24
Figura 3. 6: Respuesta al escalon del motor de corriente continua para $L=0$ . .....	26
Figura 3. 7: Respuesta al escalon del motor de corriente continua para $L\neq 0$ . .....	27

Figura 3. 8: Diagrama de bloques del sistema analógico con retroalimentación. .....	27
Figura 3. 9: Respuesta del sistema de bucle cerrado para el motor de corriente continua con $L = 0$ . .....	28
Figura 3. 10: Diagrama de bloques del sistema retroalimentado para $L \neq 0$ . .....	30
Figura 3. 11: Respuesta del índice del sistema en el retorno unitario LF, para $L \neq 0$ . .....	30
Figura 3. 12: Diagrama de bloques del sistema mediante controlador P para $L=0$ . .....	32
Figura 3. 13: Respuesta al escalón del sistema usando controlador P para $L=0$ . .....	33
Figura 3. 14: Diagrama de bloques del sistema mediante controlador I para $L=0$ . .....	33
Figura 3. 15: Respuesta al escalon del sistema usando controlador I para $L=0$ . .....	34
Figura 3. 16: Diagrama de bloques del sistema mediante controlador PI para $L=0$ . .....	34
Figura 3. 17: Valores de potencia del panel obtenidos como resultado de la simulación. .....	35
Figura 3. 18: Diagrama de bloques del sistema mediante controlador I para $L \neq 0$ . .....	35
Figura 3. 19: Diagrama de bloques del sistema mediante controlador PI para $L \neq 0$ . .....	36
Figura 3. 20: Diagrama de bloques del sistema usando controlador PID para $L \neq 0$ . .....	36
Figura 3. 21: Bloque de parámetros del controlador PID. ....	37
Figura 3. 22: Diagrama de bloques del sistema mediante controlador PI para $L \neq 0$ . .....	37

## Índice de Tablas

### Capítulo 2

Tabla 3. 1: Ecuaciones que rigen el funcionamiento de motores de corriente continua.....	22
--	----

## Resumen

El presente trabajo se estudia y analiza el comportamiento dinámico de la respuesta de velocidad de una máquina de corriente continua controlada por el controlador proporcional-integral-derivativo (PID). El objetivo planteado es realizar un estudio detallado mediante escenarios de simulación del control de velocidad de una máquina de corriente continua utilizando el entorno Simulink. En el capítulo 1 se describen las generalidades del proyecto de titulación. En el capítulo 2 se describen los fundamentos teóricos de las máquinas de corriente continua para determinar los parámetros de su función de transferencia. También, se revisan los tipos de controladores que se emplean para regular la velocidad de una máquina. En el capítulo 3 se diseña, implementa y analiza los escenarios de simulación del sistema de control de velocidad del motor de corriente continua mediante el entorno de simulación MatLab/Simulink, en la que diseñaron los bloques del sistema sin controladores y con controladores P, I, PI y PID, respectivamente.

**Palabras claves:** Regulador, Máquinas, Controlador, Velocidad, Proporcional, Modelado

## **Abstract**

The present work studies and analyzes the dynamic behavior of the speed response of a continuous current machine controlled by the proportional-integral-derivative controller (PID). The objective is to carry out a detailed study using simulation scenarios of the speed control of a direct current machine using the Simulink environment. Chapter 1 describes the generalities of the degree project. Chapter 2 describes the theoretical foundations of DC machines for determining the parameters of their transfer function. It also reviews the types of controllers used to regulate the speed of a machine. Chapter 3 designs, implements and analyzes the simulation scenarios of the DC motor speed control system using the MatLab/Simulink simulation environment, in which the system blocks were designed without controllers and with P controllers, I, PI and PID, respectively.

**Keywords:** Regulator, Machines, Controller, Speed, Proportional, Modeling

## Capítulo 1: Descripción General del Trabajo de Titulación

### 1.1. Introducción.

En el control automático es sensibilizar a los futuros ingenieros sobre los problemas de modelización, análisis y control de los sistemas de tiempo continuo, que conciernen a un gran número de disciplinas de la ingeniería: mecánica, electrónica, eléctrica, física, etc. En aras de la simplicidad y la pedagogía, este trabajo se limita al caso de los sistemas univariados, es decir, con única entrada y una sola salida.

A pesar de esta restricción, los elementos que aquí se presentan constituyen también, para el futuro ingeniero en electricidad o eléctrico-mecánico, las bases necesarias para el desarrollo de estrategias de control más complejas, en particular para sistemas multivariados. Estos sistemas pueden ser tratados en otro trabajo de titulación.

El controlador proporcional-integral-derivativo (PID) se ha utilizado ampliamente en muchos procesos industriales porque tiene una estructura simple, buena robustez y alta fiabilidad. El autoajuste de los parámetros del controlador PID es importante en las aplicaciones industriales para obtener una alta calidad de control. Sin embargo, la selección adecuada de los parámetros del controlador PID requiere un conocimiento experto sobre los complejos procesos industriales y la teoría de control. (Xie et al., 2019)

Los motores de corriente continua (MCC) se utilizan ampliamente en muchos equipos industriales y aplicaciones domésticas debido a su amplia gama de límite de control de velocidad. Para estos motores de corriente continua, se tiene que controlar la velocidad de manera adecuada para obtener el mejor rendimiento. Hoy en día, el control y la automatización son muy importantes y con los controladores de lógica difusa, los controladores de red neural, controladores PI, PD, PID se puede utilizar para el control de la velocidad del motor de corriente continua. (Achantá & Pamula, 2017)

Los parámetros desconocidos del motor de corriente continua podrían estimarse mediante datos experimentales sobre la corriente del inducido y la respuesta de la velocidad, o mediante la adaptación de un modelo adaptativo con un modelo de referencia creado a partir de datos experimentales.

## **1.2. Antecedentes**

Los motores de CC se utilizan en numerosas aplicaciones industriales, como los servosistemas y las aplicaciones de control de velocidad. Para estos sistemas, el controlador proporcional + integral + derivado (PID) suele ser el controlador elegido debido a su facilidad de implementación, robustez y fácil ajuste. Todos los métodos clásicos de diseño y ajuste de controladores PID proporcionan valores iniciales viables para  $K_p$ ,  $K_i$  y  $K_d$ , que luego se ajustan manualmente para lograr el rendimiento deseado. (Sabir & Khan, 2014)

## **1.3. Definición del Problema.**

Necesidad de realizar el desarrollo de escenarios de simulación del control de velocidad de máquinas de corriente continua mediante el controlador PID utilizando el software MatLab/Simulink.

## **1.4. Justificación del problema a investigar.**

El control de la velocidad del motor de corriente continua con sistemas electrónicos de potencia se obtiene generalmente cambiando su tensión en los terminales. Un controlador PID es un buen candidato para el control de la velocidad de los motores de corriente continua. Es el controlador más comúnmente utilizado en la industria debido a su simplicidad y facilidad de implementación. Además, el controlador PID se utiliza para controlar el motor de corriente continua sin escobillas mediante el diseño del control de velocidad usando controlador PID.

## **1.5. Objetivos del Problema de Investigación.**

### **1.5.1. Objetivo General.**

Desarrollar escenarios de simulación del control de velocidad de máquinas de corriente continua mediante el controlador PID utilizando el software MatLab/Simulink.

### **1.5.2. Objetivos Específicos.**

- Describir los fundamentos teóricos de máquinas de corriente continua y de los sistemas de control que permiten regular la velocidad de los motores.
- Diseñar los escenarios de simulación de controladores de velocidad de máquinas de corriente continua usando MatLab/Simulink.
- Analizar los resultados obtenidos de los escenarios de simulación implementados en Simulink.

## Capítulo 2: Fundamentación Teórica

### 2.1. Generalidades de las máquinas de corriente continua.

Una máquina de corriente continua (MCC) es un convertidor de energía. Es decir, que se encarga de realizar la transformación de la energía mecánica en energía eléctrica y la transformación inversa. En el primer caso, la máquina es un generador; en el segundo, un motor. Es reversible: la misma máquina funciona como generador o como motor, según las circunstancias.

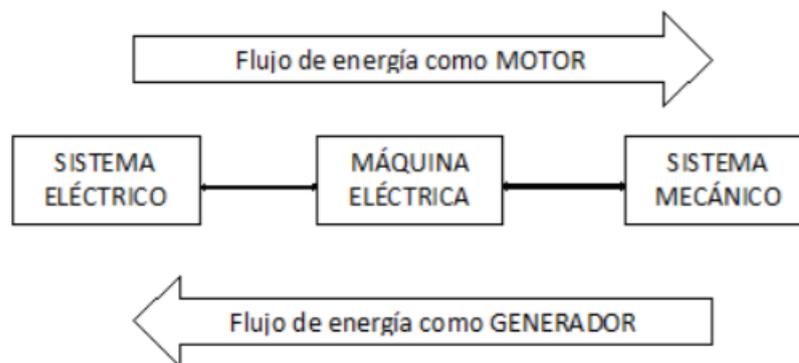


Figura 2. 1: Representación del comportamiento de máquinas eléctricas.

Fuente: (Fernandes Lukoki, 2018)

Con mayor precisión, una amplia gama de variación de velocidad, facilidad de control con el menor coste posible, esto es lo que demanda el mercado industrial de este momento. Por ejemplo, las máquinas AC (corriente alterna) convencionales, síncronas o asíncronas, son muy adecuadas para aplicaciones en las que la velocidad es aproximadamente constante. Según Dughman Cabrera, (2016) las máquinas de corriente continua (MCC) es más fácil de controlar cuando la velocidad tiene que variar en un amplio rango.

Las máquinas AC requieren un control mucho más complejo para conseguir un accionamiento de velocidad variable y el convertidor debe suministrar un voltaje de AC de amplitud y frecuencia variables. Estos inconvenientes reducen, por tanto, su atractivo en las aplicaciones de velocidad variable, a pesar de las ventajas que presenta con respecto a la máquina de corriente continua: robustez y menor coste, gracias a la ausencia de conmutador, peso reducido, etc.

Muchas aplicaciones requieren un alto par de arranque. Sin embargo, el motor de CC, por naturaleza, tiene una característica de gran pendiente de par/velocidad, que le permite superar un par resistivo elevado y absorber fácilmente los choques de carga; la velocidad del motor se adapta a su carga. Por otro lado, la miniaturización que buscan los diseñadores encuentra en el motor de corriente continua una solución ideal, ya que tiene un alto rendimiento en comparación con otras tecnologías.

Por lo tanto, la elección de un motor de corriente continua era la mejor solución para el control de la velocidad y el par, ya que las áreas de aplicación de los motores AC siguen siendo limitadas (entornos sucios, lugares de difícil acceso, etc.).

## 2.2. Estructura del motor de corriente continua.

El motor se compone de, (Electrical Academia, 2019)

- un circuito magnético (véase la figura 2.2), se compone de una parte fija, el estator, una parte giratoria, el rotor, y el espacio entre ambas partes, el desfase.
- una fuente de campo magnético llamada inductor (estator) creada por una bobina o imanes permanentes.
- un circuito eléctrico inducido (rotor) se ve afectado por este campo magnético.
- conmutadores y escobillas permiten acceder al circuito del rotor.

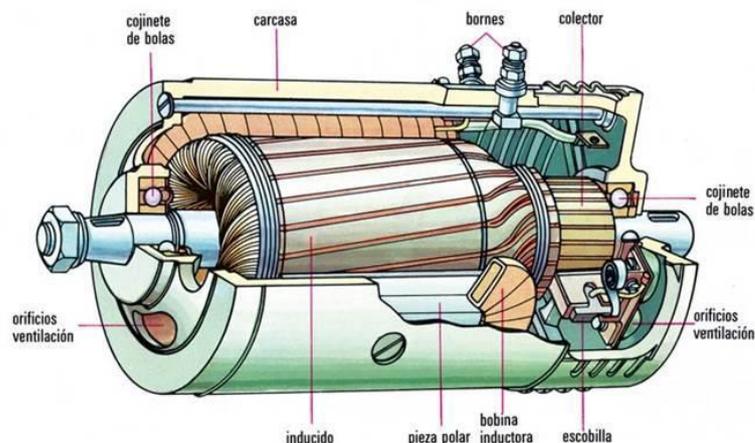


Figura 2. 2: Diagrama de la estructura de un motor de corriente continua.

Fuente: (Canelles Muir, 2017)

### 2.2.1. Polos principales

El polo principal (véase la figura 2.3) está formado por un núcleo 1 de láminas de acero electromagnéticas de 1 mm de espesor. En el lado que da a la armadura, el núcleo tiene un anillo de polos para facilitar el paso del flujo magnético a través del entrelazado. En el núcleo del polo se coloca una bobina de excitación por la que circula una corriente continua. La bobina se enrolla en un manguito, que está hecho de una chapa de acero de 1 o 2 mm de espesor con una capa de 2 o 3 mm de espesor pegada a ella, o de plástico o papel de baquelita.

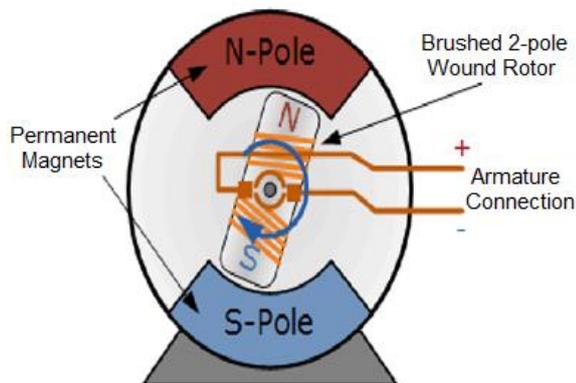


Figura 2. 3: Representación de los polos principales.  
Fuente: (Sharma et al., 2015)

### 2.2.2. Carcasa.

La parte de la máquina a la que se fijan los polos principales y auxiliares y mediante la cual la máquina se une a la cimentación se llama carcasa, una parte de la carcasa que sirve para el paso del flujo producido por los polos principales y auxiliares se llama carcasa. La carcasa y los polos (principal y auxiliar) forman el llamado inductor (estator), como se puede encontrar en los inductores de imanes permanentes.



Figura 2. 4: Representación de la carcasa (a) bobinado y (b) imán permanente.  
Fuente: (Canelles Muir, 2017)

### 2.2.3. Armadura o inducido.

La parte giratoria que lleva el devanado activo completa el circuito magnético, ya que es a través de esta parte que se cierran las líneas inducidas de las piezas polares. Se trata de un cilindro centrado (véase la figura 2.5) en el eje de la máquina, con la misma longitud axial que las piezas de poste, pero con un diámetro ligeramente inferior al de su agujero. Está fabricado con láminas de acero magnético de 0.5 mm de grosor (véase la figura 2.6). Para reducir las pérdidas por corrientes parásitas e histéresis se aíslan con barniz o papel de 0.03 mm a 0.05 mm de espesor.

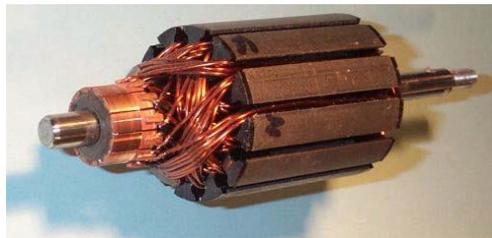


Figura 2. 5: Representación del inducido o armadura.  
Fuente: (Sharma et al., 2015)

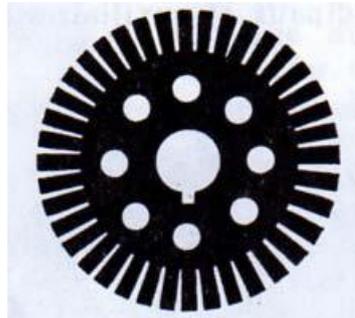


Figura 2. 6: Lámina de acero magnético.  
Fuente: (Sharma et al., 2015)

### 2.3. Ventajas y desventajas de máquinas de corriente continua.

La principal ventaja de las máquinas de corriente continua es su sencilla adaptación a los medios de ajuste o variación de su velocidad, par y sentido de giro: los variadores de velocidad. O incluso su conexión directa con la fuente de energía baterías de acumuladores, pilas, etc.

El principio problemático de estas máquinas proviene de la conexión entre las escobillas, o "escobillas de carbón" y el conmutador giratorio. Así como el propio conmutador, como ya se ha mencionado, y la complejidad de su construcción. Además, hay que tener en cuenta que:

- 1) Cuanto mayor sea la velocidad de rotación, mayor será la presión sobre las escobillas para que permanezcan en contacto con el conmutador y, por tanto, mayor será la fricción.
- 2) Por lo tanto, a altas velocidades, las escobillas deben ser reemplazadas muy regularmente.

#### **2.4. Modelado, análisis y control de un sistema**

El objetivo del modelado es determinar las propiedades de un sistema y utilizar este conocimiento para obtener del sistema tanto el rendimiento deseado por el usuario como una mayor inmunidad a las perturbaciones. La primera tarea es caracterizar el sistema. Su modelización puede lograrse escribiendo las leyes de la física, cuando los parámetros del sistema son relativamente conocidos.

Como alternativa, sobre todo cuando el sistema no se puede poner en una ecuación, se puede estudiar la respuesta del sistema a varias excitaciones, para construir un modelo por identificación. En ambos casos, a partir del modelo obtenido, la fase de análisis consiste en deducir las distintas propiedades características del sistema.

Por último, esto permite controlar el sistema, es decir, diseñar su entrada para que su salida tenga las propiedades temporales y de frecuencia requeridas. El cálculo de un controlador que cumpla esta función y su aplicación se denominan control del sistema.

#### **2.5. Ecuaciones de un sistema físico.**

Las ecuaciones que describen la evolución de un sistema dinámico se obtienen aplicando las leyes de la física. Sin embargo, es posible que el modelo obtenido sólo ofrezca una representación aproximada de los fenómenos reales. De hecho, generalmente es difícil para tener en cuenta todos los fenómenos físicos implicados. Por ejemplo, un motor de corriente continua (MCC), cuyo diagrama esquemático se muestra en la figura 2.7, es un dispositivo electromecánico que convierte la energía eléctrica de entrada en energía mecánica.

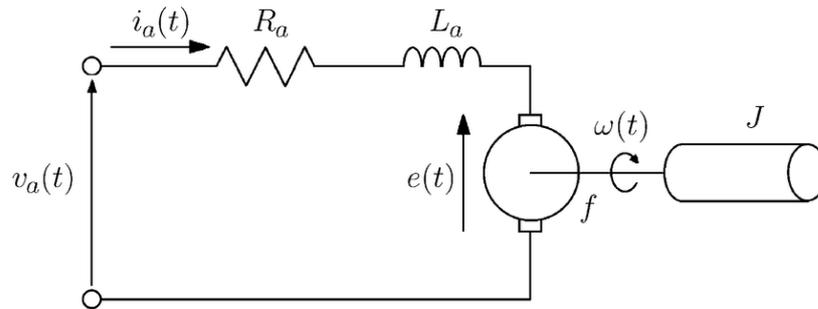


Figura 2. 7: Principio de funcionamiento de un motor de corriente continua.  
Fuente: (Basilio & Moreira, 2004)

Como ya se explicó en la sección 2., la energía eléctrica es suministrada por un convertidor de potencia que alimenta el bobinado de la armadura móvil (rotor). Este devanado se sitúa en un campo magnético, permanente o no, producido por el inductor. Para simplificar, se supondrá que esta excitación es independiente y constante, como ocurre, por ejemplo, cuando el inductor está formado por imanes.

A medida que la corriente circula por el inducido del motor, se le aplican fuerzas eléctricas y, gracias a un dispositivo adecuado (escobillas y conmutador), las fuerzas se suman para participar en la rotación. El motor se puede considerar, pues, como un sistema cuya entrada es el voltaje del inducido y cuya salida es una cantidad relacionada con la posición angular del rotor. En primer lugar, se elige la velocidad del rotor como variable de salida.

Como el MCC es un sistema electromecánico, las ecuaciones dinámicas resultan de la combinación de la modelización mecánica y eléctrica del motor, descrita esquemáticamente en la figura 2.7. Para la parte eléctrica, se calcula la tensión a través del inducido. La ecuación eléctrica, que relaciona la tensión de la armadura  $u$  y la corriente de la armadura  $i$  se escribe como,

$$R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + e(t) = v_a(t)$$

Donde,  $R_a$  es la resistencia del inducido del motor;  $L_a$  es la inductancia y  $e(t)$  es la fuerza electromotriz, que es proporcional a la velocidad del rotor.

$$e(t) = K_e \omega$$

Para la parte mecánica, se aplica el principio fundamental de la dinámica en torno al eje de rotación. La ecuación mecánica de los pares que actúan sobre el rotor se escribe,

$$\gamma - f\omega = J \frac{d\omega}{dt}$$

Donde,  $\gamma$  es el par del motor,  $f$  es el coeficiente de fricción viscosa y  $J$  es el momento de inercia del rotor. Como primera aproximación, no se tiene en cuenta el rozamiento que se produce durante el proceso de producción, lo que introduciría términos no lineales. Por construcción, el par es proporcional a la corriente del inducido  $i$ ,

$$\gamma = K_m i_a$$

En general, los coeficientes  $K_e$  y  $K_m$  son tan cercanos que es razonable considerarlos iguales, despreciando las pérdidas durante la conversión electromecánica. Es decir, si  $K = K_e = K_m$  la ecuación mecánica del modelo se define como,

$$K i_a = f\omega + J \frac{d\omega}{dt}$$

Derivando, se obtiene:

$$K \frac{di_a}{dt} = f \frac{d\omega}{dt} + J \frac{d^2\omega}{dt^2}$$

$$R_a \frac{1}{K} \left( f\omega + J \frac{d\omega}{dt} \right) + L_a \frac{1}{K} \left( f \frac{d\omega}{dt} + J \frac{d^2\omega}{dt^2} \right) + K\omega = v_a(t)$$

Por último, ordenando (2.7) para que tenga un coeficiente de uno frente al mayor grado de derivación, obtenemos

$$\begin{aligned} \frac{R_a}{K} f\omega + \frac{R_a J}{K} \frac{d\omega}{dt} + \frac{L_a f}{K} \frac{d\omega}{dt} + \frac{L_a J}{K} \frac{d^2\omega}{dt^2} + K\omega &= v_a(t) \\ \frac{L_a J}{K} \frac{d^2\omega}{dt^2} + \frac{R_a J + L_a f}{K} \frac{d\omega}{dt} + \frac{R_a f + K^2}{K} \omega &= v_a(t) \\ \frac{d^2\omega}{dt^2} + \frac{R_a J + L_a f}{L_a J} \frac{d\omega}{dt} + \frac{R_a f + K^2}{L_a J} \omega &= \frac{K}{L_a J} v_a(t) \end{aligned}$$

Esta ecuación diferencial relaciona  $\omega$  y  $v_a$  mediante parámetros constantes en el tiempo. Es una ecuación diferencial lineal con coeficientes constantes de orden 2.

## 2.6. Propiedades de los sistemas de tiempo continuo

El modelado del sistema descrito anteriormente tiene las propiedades de linealidad e invariabilidad, al menos localmente alrededor de un punto de funcionamiento. En caso de ser necesario, será precisamente por tener estas propiedades por estar en un punto de operación. De hecho, son de gran interés en términos de representación tal como se describe en las secciones 2.6.1 y 2.6.2.

### 2.6.1. Linealidad de un sistema.

Sean,  $y_1$  e  $y_2$  las respuestas de un sistema excitado por separado por las entradas  $u_1$  y  $u_2$ . Sea,  $\alpha$  un número real cualquiera. El sistema es lineal si su salida es  $\alpha y_1 + y_2$  en respuesta a la entrada  $\alpha u_1 + u_2$ , tal como se muestra en la figura 2.8. Por lo tanto, un sistema lineal satisface el principio de superposición.

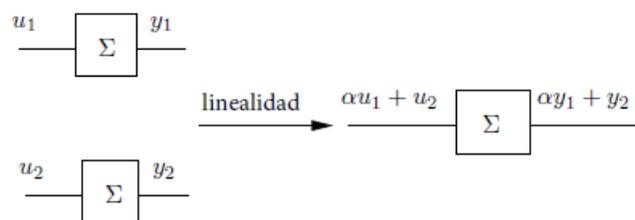


Figura 2. 8: Propiedad de la linealidad de un sistema.  
Fuente: (Ogata, 2010)

### 2.6.2. Invarianza temporal de un sistema

Se dice que un sistema es invariante si el mismo control, aplicado en dos momentos diferentes, produce la misma salida en los momentos considerados. La figura 2.9 muestra la representación de la invarianza temporal de un sistema.

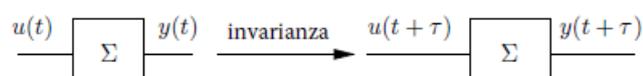


Figura 2. 9: Propiedad de invarianza temporal de un sistema.  
Fuente: (Ogata, 2010)

## 2.7. Representaciones temporales de los sistemas

Ahora se supondrá que todos los sistemas estudiados son causales, lineales e invariante.

### 2.7.1. Representación externa mediante una ecuación diferencial

Durante la modelización del motor de corriente continua de la sección 2.5, se estableció la relación entre el voltaje de armadura y la velocidad de su rotor. Se trata de una ecuación diferencial lineal de orden dos, con coeficientes constantes. Más generalmente, en el caso de que un sistema de tiempo continuo que es a la vez lineal e invariante tenga una sola entrada y única salida, su relación entrada-salida puede ser descrita por una ecuación diferencial ordinaria lineal con coeficientes constantes.

$$\sum_{i=c}^n a_i \frac{d^i y}{dt^i} = \sum_{i=0}^m b_i \frac{d^i u}{dt^i}$$

Donde,

donde:

- los coeficientes  $a_i$  y  $b_i$  son constantes reales, tales que  $a_c, a_n, b_0$  y  $b_m$  son distintos de cero;
- $n, m$  son enteros positivos tales que  $m \leq n$  para que el sistema sea causal;  $n$  es el orden del sistema;
- $c \leq n$  es un número entero positivo o nulo llamado clase del sistema.

Esta ecuación diferencial es una representación externa del sistema, ya que vincula la entrada y la salida sin mostrar ninguna variable interna del sistema. La solución "y" de esta ecuación, llamada respuesta temporal del sistema se conoce si se conocen "n" condiciones iniciales (CI) para la salida y m CI para la entrada.

### 2.7.2. Representación de estados del sistema.

Alternativamente, la dinámica de un sistema lineal invariante con entrada u y salida y puede ser descrita mediante el uso en la forma,

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

Donde,  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$  son matrices constantes y  $x$  es un vector de dimensión  $n$ , llamado vector de estado. Esta representación se denomina representación de ecuaciones de estado del sistema. El vector de estado permite una descripción completa de la evolución del sistema, del que ofrece una representación interna. El sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden  $\frac{dx}{dt} = Ax + Bu$  da cuenta de las ecuaciones dinámicas del sistema mientras que la relación  $y = Cx + Du$  es la ecuación de medida (o de salida) del sistema.

### **2.7.3. ¿Implementación analógica o digital?**

Cuando un sistema tiene una entrada  $u(t)$  y una salida  $y(t)$  que son funciones de una variable continua  $t$ , se llama sistema de tiempo continuo. Si se trata de una variable discreta  $k$ , se denomina sistema de tiempo discreto. Históricamente, las primeras herramientas desarrolladas en Automatización se referían a sistemas de tiempo continuo. De hecho, los fundamentos de la disciplina se establecieron mucho antes (varias décadas...) de la aparición de los ordenadores.

Si el interés por el estudio de los sistemas de tiempo discreto y sus especificidades es evidente en la era del PC, los conceptos fundamentales del Control Automático pueden presentarse más fácilmente en el caso del tiempo continuo. Además, si la elaboración de un controlador analógico sigue siendo limitante desde un punto de vista práctico, la mayoría de los procesos servocontrolados son de tiempo continuo, por lo que la síntesis de un controlador continuo y su implementación analógica corresponden sin embargo a una cierta lógica.

## **2.8. Sistemas de control.**

Se denomina controlador a la acción de ajustar automáticamente una cantidad de manera que mantenga constantemente su valor o se mantenga cerca del valor deseado, sean cuales sean las perturbaciones que se

produzcan. El objetivo general de la regulación puede resumirse en estas tres palabras claves:

- a. Medición: la medición incluye el sensor, la adquisición por parte del autómata programable y el procesamiento de la medición.
- b. Algoritmo: corresponde a la parte de cálculo del control, respetando las instrucciones.
- c. Control: Representa la escritura en la tarjeta de salida y el actuador.

El control de un proceso consiste en determinar el mando adecuado para que las variables a controlar (salidas) se comporten de una manera definida. La acción del control es una acción que puede cambiar el estado del sistema a controlar. Estas órdenes son emitidas por un controlador; el proceso y su controlador constituyen el sistema de control. Un elemento necesario del sistema de control es el controlador, que calcula el control que debe aplicarse al proceso a partir de la consigna y el estado del proceso. Cuando existe una retroalimentación de la variable observada al controlador, se denomina control del sistema o regulación del sistema. (Yu Jin et al., 2014)

En la mayoría de los dispositivos utilizados en las instalaciones industriales y domésticas, es necesario mantener las magnitudes físicas en determinados valores, a pesar de las variaciones extremas o internas que afectan a dichas magnitudes. Por ejemplo, la velocidad y la posición de los motores son intrínsecamente variables y, por tanto, es necesario su control mediante acciones adecuadas en el proceso.

Si las perturbaciones que influyen en la variable a controlar son lentas o despreciables, se puede utilizar un simple control en bucle abierto para obtener y mantener el valor deseado (por ejemplo, la acción sobre un grifo de agua). En la mayoría de los casos, este tipo de control no es suficiente, ya que es demasiado tosco o inestable. En este caso, el valor medido de la variable controlada debe compararse constantemente con el valor deseado y la variable de acción, la llamada variable de control debe ajustarse en consecuencia.

En este caso, lo que se ha creado es un bucle de regulación y, en general, un bucle de control. Este bucle requiere la apertura de un conjunto de medios de medición, de tratamiento de la señal o de cálculo, de amplificación y de control del actuador, constituyendo una cadena de regulación o de control.

El punto de consigna se mantiene constante si el proceso se modifica por entradas de perturbación. El aspecto del control se considera el más importante en el entorno industrial, ya que los valores de consigna suelen ser fijos. Sin embargo, para comprobar el rendimiento y la calidad de un bucle de control, nos interesa el aspecto del control.

El rendimiento de los sistemas controlados definidos en una especificación se ilustra en la figura 2.10. La velocidad cuantifica el tiempo de respuesta del sistema. Corresponde al tiempo de reacción de la salida con respecto a la consigna. El tiempo que tarda la respuesta en no superar el 5% del valor final. Este tiempo se utiliza como criterio de velocidad del 5%.

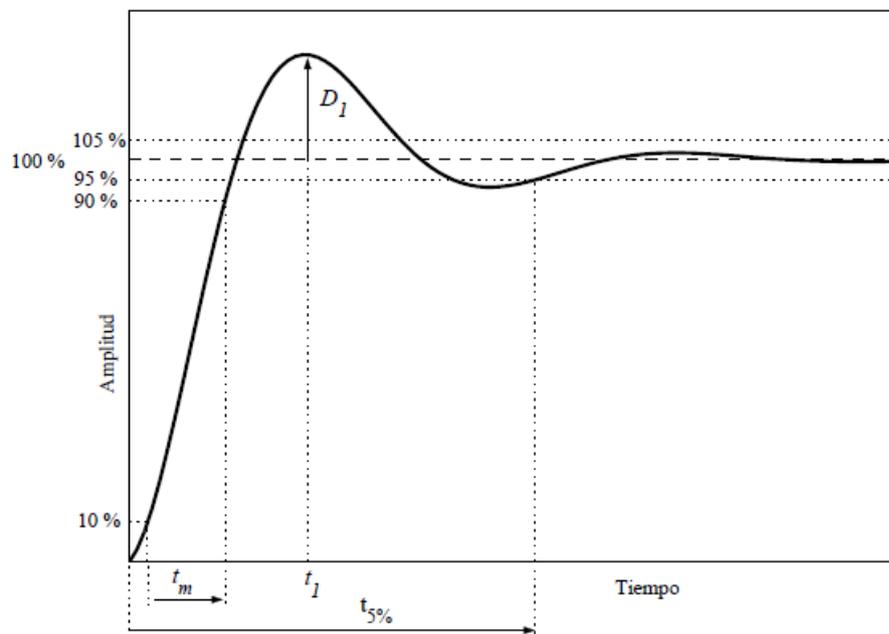


Figura 2. 10: Características de la respuesta al escalón de un sistema.  
Fuente: (Ogata, 2010)

La precisión cuantifica el error cuando se alcanza el equilibrio, con la entrada  $e(t)$  y la salida  $s(t)$  del mismo tipo. En caso contrario, un sistema es

preciso si la salida sigue el punto de consigna en todas las circunstancias con una desviación inferior al valor definido en una especificación. Se dice que un sistema es estable cuando tiende a volver a su estado de equilibrio para una consigna constante, la salida debe ser constante.

### 2.8.1. Sistemas de control de bucle abierto.

Dunn, (2015) indica que un sistema es de bucle abierto cuando el control se elabora sin la ayuda del conocimiento de las cantidades de salida. Los inconvenientes son que no hay forma de controlar, y mucho menos de compensar, los errores y las derivas, es decir, no hay precisión y, sobre todo, no hay fidelidad, que depende de la calidad intrínseca de los componentes. Por último, el sistema de bucle abierto no compensa las señales de perturbación, el diagrama de bloques de un sistema de bucle abierto se muestra en la figura 2.11. El sistema tiene tres elementos básicos: control, corrección y proceso del que se controla una variable.



Figura 2. 11: Características de la respuesta al escalón de un sistema.

Fuente: (Bolton, 2021)

- Elemento de control: determina la acción a realizar como resultado de la entrada de la señal de valor requerida en el sistema. (Bolton, 2021)
- Elemento de corrección: tiene una entrada desde el controlador y da una salida de alguna acción diseñada para cambiar la variable que se controla. (Bolton, 2021)
- Proceso: es el proceso del que se controla una variable. (Bolton, 2021)

### 2.8.2. Sistemas de control de bucle cerrado.

El bucle cerrado (retroalimentación) es capaz de estabilizar un sistema de bucle abierto inestable. En el control en bucle cerrado, muchos de los factores de perturbación externos se compensan automáticamente mediante

la retroalimentación a través del proceso. El uso de la retroalimentación es el principio fundamental del control eléctrico. El control aplicado al sistema se desarrolla en función de la consigna y la salida. La figura 2.12 muestra el diagrama de un sistema de control de bucle cerrado, utiliza una medida adicional (señal de retroalimentación) de la salida real para comparar la salida real con la respuesta de salida deseada (referencia). Por razones obvias, un sistema de control en bucle cerrado se suele denominar sistema de control por retroalimentación. Así, un sistema de control de retroalimentación tiende a mantener una relación prescrita de una variable del sistema con otra variable, comparando funciones de estas variables y utilizando la diferencia como medio de control.

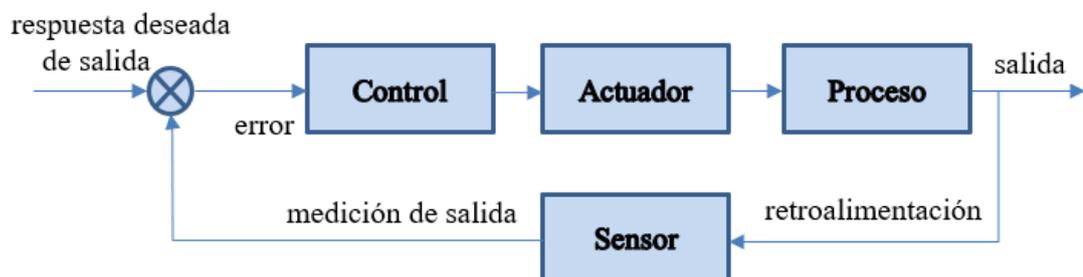


Figura 2. 12: Características de la respuesta al escalón de un sistema.  
Fuente: (Mahmoud, 2018)

## 2.9. Controladores PID.

### 2.9.1. Controlador PID ideal

Los controladores más extendidos son del tipo proporcional, integral y derivativo (PID). Permiten aplicar estas tres acciones elementales a la señal de error  $E(s)$  para para controlar el sistema, tal como se muestra en la figura 2.13. La función de transferencia de un controlador PID ideal es,

$$C(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

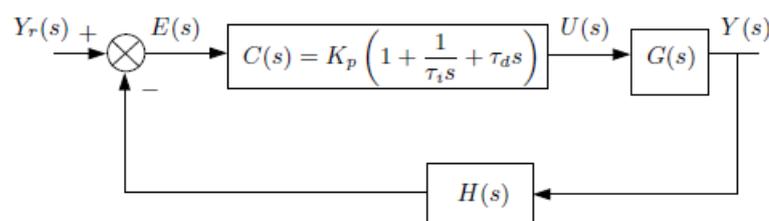


Figura 2. 13: Representación de bloques de un controlador PID ideal.  
Fuente: (Patel & Chaphekar, 2012)

En la práctica, para una determinada categoría de sistemas a controlar, existe un tipo de controlador adecuado: aquel que se sabe, por experiencia o estudio, que será el más adecuado. Para hacer una elección juiciosa, es necesario conocer los efectos de las diferentes acciones, proporcional, integral y derivada. En primer lugar, se analizarán por separado. (Yu Jin et al., 2014)

### **2.9.2. Propiedades de las acciones proporcional, integral y derivativa.**

Acción proporcional: se desprende que la precisión del sistema se mejora aumentando la ganancia, lo que puede conseguirse mediante el controlador proporcional. Por otro lado, la estabilidad disminuye si la ganancia aumenta. Se trata de una ilustración de la dualidad estabilidad-precisión mencionada anteriormente. El tiempo de subida se reduce y el sistema es más oscilante. Por otra parte, un aumento de la ganancia proporcional no disminuye necesariamente el tiempo de respuesta del sistema.

Acción integral: la adición de un término integral aumenta su clase. Como resultado, se mejora la precisión: un sistema estable sin término integral, es decir, de clase 0, tiene su error estático anulado por la adición de una acción integral. Por otro lado, el margen de fase se reduce en  $90^\circ$  al añadir la integración pura. Por último, un corrector integral tiene el inconveniente de que se satura fácilmente, si el error no llega a ser cero. Puede ser necesario considerar la adición de un dispositivo antisaturación.

Acción derivativa: en el caso de un sistema de clase mayor o igual a 1, esta acción permite aumentar el ancho de banda o hacer más estable el sistema, con el mismo ancho de banda. Un controlador de derivadas ideal no es causal y, por tanto, no es físicamente factible. Por ello, se sustituye sistemáticamente por un controlador aproximado, como se verá en el capítulo 3. Esto se llama filtrado de términos derivados que utiliza el cuadro de parámetros del controlador PID en el entorno de simulación Simulink.

Acciones combinadas: las acciones anteriores suelen combinarse. Los controladores más habituales son el proporcional, el proporcional-integral (PI)

o retardo de fase (PI aproximado), el proporcional-derivado (PD) o avance de fase (PD aproximado) y, por último, el PID o avance y retardo de fase (PID aproximado). Obviamente, la creciente complejidad de un controlador hace que sea más difícil de sintetizar.

## Capítulo 3: Diseño, Implementación y resultados

### 3.1. Descripción general del componente práctico.

Este capítulo está destinado al análisis de servosistemas analógicos y digitales, donde se aplicará el control de velocidad de un motor de corriente continua (MCC), mediante un controlador PID analógico, por un lado. Por otro lado, se introducirá un controlador PID digital en la cadena de control de lazo cerrado por el método de colocación de polos. En las siguientes secciones se describe las relaciones generales (modelado) e identificación del MCC y se estudiará el rendimiento de la velocidad de este en ambos casos.

### 3.2. Relaciones generales del motor de corriente continua.

Los motores de corriente continua tienen un inducido bobinado (el rotor) y un campo magnético bobinado o permanente o imán permanente. El rotor giratorio proporciona su propia inercia ( $J$ ), y su disposición de cojinetes implica una fricción mecánica ( $f$ ). El esquema tradicional para un motor de corriente continua se ilustra en la figura 3.1.

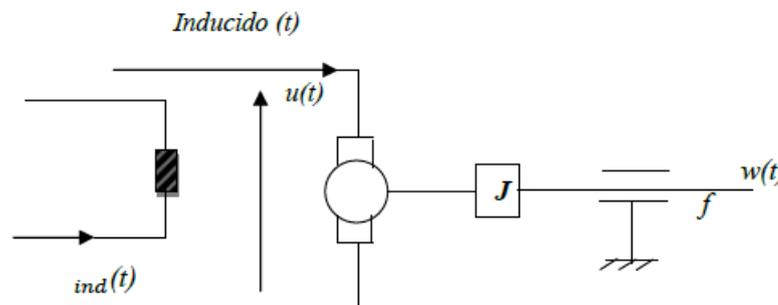


Figura 3. 1: Diagrama esquemático del motor de corriente continua.  
Elaborado por: Autor.

En la figura 3.2 se muestra el circuito equivalente del inducido.

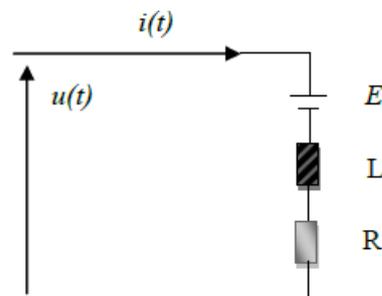


Figura 3. 2: Esquema general del inducido del motor de corriente continua.  
Elaborado por: Autor.

Donde, E es la fuerza electromotriz; L es el inductor equivalente de la armadura (resistencias del devanado y resistencia de contacto en las escobillas); r es la resistencia equivalente del inducido (resistencia del hilo del bobinado).

Las ecuaciones que rigen el funcionamiento del motor de corriente continua de la figura 3.1 son las que se muestran en la tabla 3.1.

Tabla 3. 1: Ecuaciones que rigen el funcionamiento de motores de corriente continua.

$u(t) = E(t) + Ri(t) + L \frac{di}{dt}$	$U(p) = E(p) + RI(p) + LpI(p)$
$E(t) = Kw(t)\phi(t)$	$E(p) = K\phi(p) W(p)$
$M(t) = K\phi(t)i(t)$	$M(p) = K\phi(p)I(p)$
$\phi(t) = li_{ind}(t)$	$\phi(p) = lI_{ind}(p)$
$V(t) = l \frac{di_{ind}}{dt} + ri_{ind}(t)$	$V(p) = lpI_{ind}(p) + rI_{ind}(p)$
$J \frac{dw}{dt} = M(t) - f w(t)$	$JpW(p) = M(p) - f W(p)$

Elaborado por: Autor.

Donde, M es el momento motor; K es una constante general relacionada con la máquina rotativa; f es el flujo de campo (Weber);

Si el flujo de campo  $f(t)$  y la corriente del devanado del inducido  $i(t)$  son variables, las ecuaciones de  $E(t)$  y  $M(t)$  de la tabla 3.1 reflejan un sistema no lineal (producto de dos variables). En el caso de la operación lineal,  $i(t)$  o  $f(t)$  deben mantenerse constantes. Esto requiere una excitación separada. Esto da dos modos de funcionamiento con control por el inductor o por la armadura (caso del trabajo considerando  $L=0$ ).

### 3.2.1. Control por el inductor $i(t) = I_0$ .

Este modo corresponde obviamente al caso de un inductor bobinado en el que la corriente puede variar, dando lugar a un flujo variable. La corriente del inducido se mantiene mediante una fuente externa que puede representarse por una fuente de corriente.

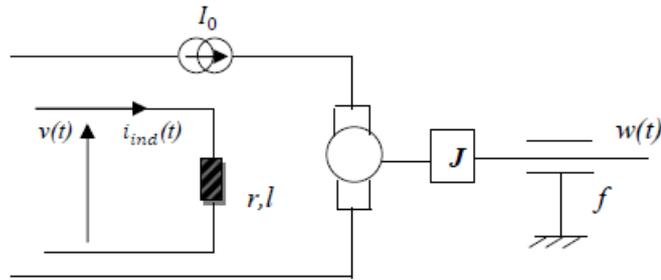


Figura 3. 3: Control de inductor.  
Elaborado por: Autor.

### 3.2.2. Control por el inductor $i(t) = \varphi_0$ .

En este caso, el flujo del inductor se mantiene constante utilizando un imán permanente para la creación de flujo directo o una fuente de corriente regulada.

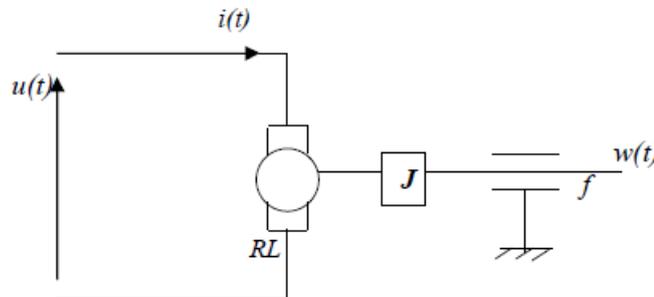


Figura 3. 4: Control de la armadura.  
Elaborado por: Autor.

De la relación,

$$M(t) = K\varphi(t)i(t)$$

Se puede escribir,

$$M(t) = K'i(t)$$

El par es directamente proporcional a la corriente del inducido. Del mismo modo, a partir de la relación de  $E(t)$  se obtiene,

$$E(t) = K'w(t)$$

Utilizando las relaciones  $u(t)$ ,  $J \frac{dw}{dt}$  (véanse en la tabla 3.1) y las relaciones  $M(t)$  y  $E(t)$ , puede construirse el esquema de funcionamiento del motor que se muestra en la figura 3.5.

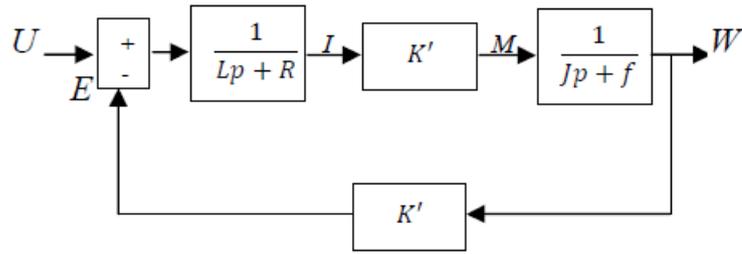


Figura 3. 5: Diagrama de bloques del funcionamiento del motor de corriente continua.

Elaborado por: Autor.

A partir del diagrama de bloques, la función de transferencia (TF) se escribe como,

$$\frac{W(s)}{U(s)} = \frac{\frac{K}{(Ls+R)(Js+f)}}{1 + \frac{K^2}{(Ls+R)(Js+f)}}$$

$$\frac{W(s)}{U(s)} = \frac{K}{K^2 + (Ls+R)(Js+f)}$$

$$\frac{W(s)}{U(s)} = \frac{K}{K^2 + Rf + (JR + Lf)s + LJs^2}$$

Identificándose con un sistema de segundo orden, es decir, escribiendo:

$$\frac{W(s)}{U(s)} = \frac{\frac{K}{K^2+Rf}}{1 + \left(\frac{JR+Lf}{K^2+Rf}\right)s + \left(\frac{LJ}{K^2+Rf}\right)s^2}$$

$$\frac{W(s)}{U(s)} = \frac{A}{1 + \tau s + \tau' s^2}$$

Esta relación corresponde a un sistema de 2<sup>o</sup> orden con las constantes de tiempo,

$$\tau = \frac{JR + Lf}{K^2 + Rf}$$

$$\tau' = \frac{LJ}{K^2 + Rf}$$

Y la ganancia estática,

$$A = \frac{K}{K^2 + Rf}$$

### 3.3. Diseño del sistema de control de motores de corriente continua.

A partir de la función de transferencia obtenida en la sección 3.2.2,

$$\frac{W(s)}{U(s)} = \frac{\frac{K}{K^2 + Rf}}{1 + \left(\frac{JR + Lf}{K^2 + Rf}\right)s + \left(\frac{LJ}{K^2 + Rf}\right)s^2}$$
$$\frac{W(s)}{U(s)} = \frac{A}{1 + \tau s + \tau' s^2}$$

1) Para  $L = 0$  se obtiene,

$$\frac{W(s)}{U(s)} = \frac{\frac{K}{K^2 + Rf}}{1 + \left(\frac{JR}{K^2 + Rf}\right)s} = \frac{A}{1 + \tau s}$$

Por lo tanto,

$$\tau = \frac{JR + Lf}{K^2 + Rf}$$

Y la ganancia estática,

$$A = \frac{K}{K^2 + Rf}$$

Se trata claramente de un sistema de 1er orden con una respuesta de índice de bucle abierto (tal que el sistema se caracteriza por un amplificador de potencia + motor + sensor de velocidad). La máquina eléctrica que se desea controlar es una máquina de corriente continua controlada por el inducido. Estos parámetros son ingresados en script de MatLab. A continuación, se presenta el código:

```
1 % Código sección 3.3
2 - K=0.9; L=0.4; R=4.2; F=5.7e-04; J=0.05;
3
4 - A = K / (K^2 + R * F);
5 - thao = J * R / (K^2 + R * F);
6 - sys = tf(A, [thao 1]);
7 - step(sys)
```

La figura 3.6 muestra la respuesta al escalon del sistema de 1er orden de bucle abierto.

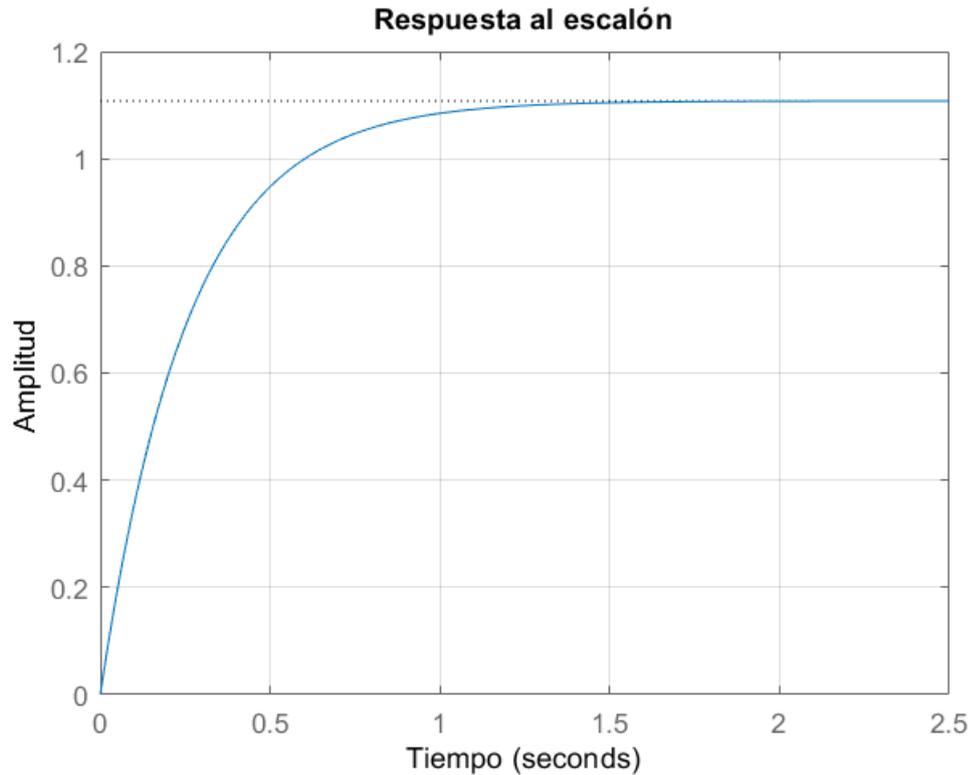


Figura 3. 6: Respuesta al escalon del motor de corriente continua para L=0.  
Elaborado por: Autor.

1) Para  $L \neq 0$  se obtiene las mismas expresiones obtenidas en la sección 3.2.2 que corresponde a un sistema de 2º,

$$\tau = \frac{JR + Lf}{K^2 + Rf}$$

$$\tau' = \frac{LJ}{K^2 + Rf}$$

$$A = \frac{K}{K^2 + Rf}$$

A continuación, se presenta el código para este sistema de 2do orden. La figura 3.7 muestra la respuesta al escalón de este código.

```
% Código sección 3.3
K=0.9; L=0.4; R=4.2; F=5.7e-04; J=0.05;

A = K/(K^2+R*F);
thao = (J*R+L*F)/(K^2+R*F);
thao1 = L*J/(K^2+R*F);
sys = tf(A,[thao1 thao 1]);
step(sys)
```

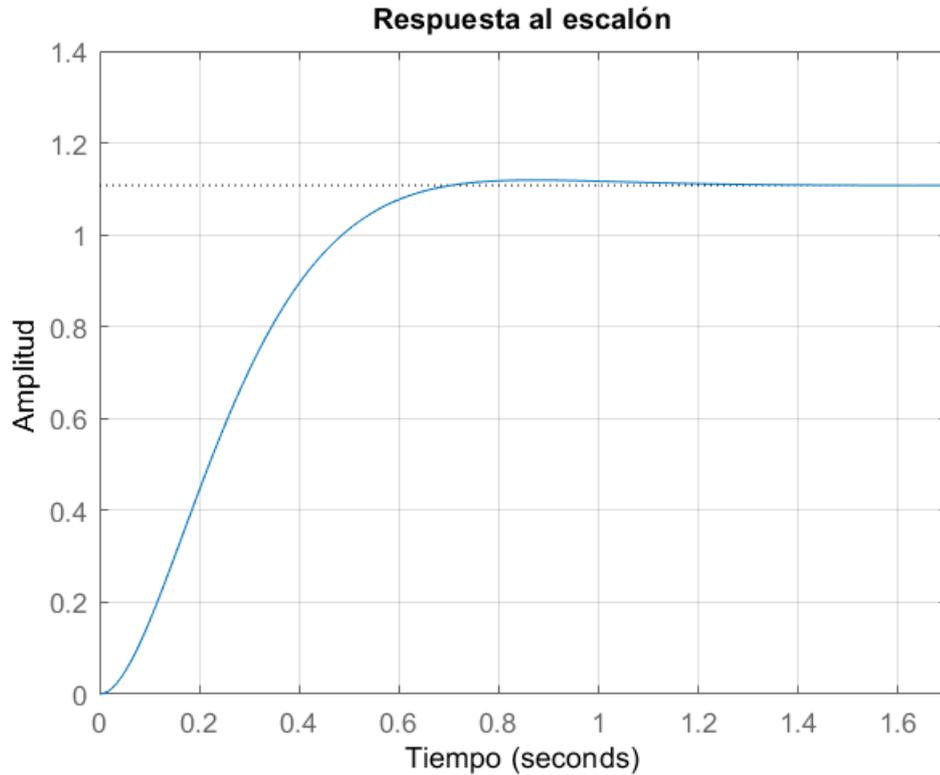


Figura 3. 7: Respuesta al escalon del motor de corriente continua para  $L \neq 0$ .  
Elaborado por: Autor.

### 3.4. Estudio del sistema puramente analógico.

1) Para  $L = 0$ ,

El diagrama de bloques del sistema, en este caso, se muestra en la figura 3.7.

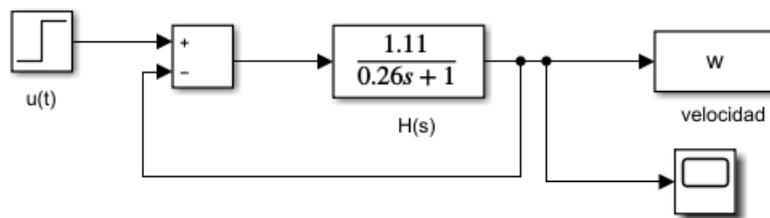


Figura 3. 8: Diagrama de bloques del sistema analógico con retroalimentación.  
Elaborado por: Autor.

En la figura 3.9 se muestra la respuesta del sistema retroalimentado para  $L=0$ . Como ya se ha visto, para evaluar el rendimiento de un servosistema hay que tener en cuenta los siguientes tres criterios,

- estabilidad (especialmente el grado de estabilidad)
- precisión (especialmente en estado estacionario)

➤ velocidad

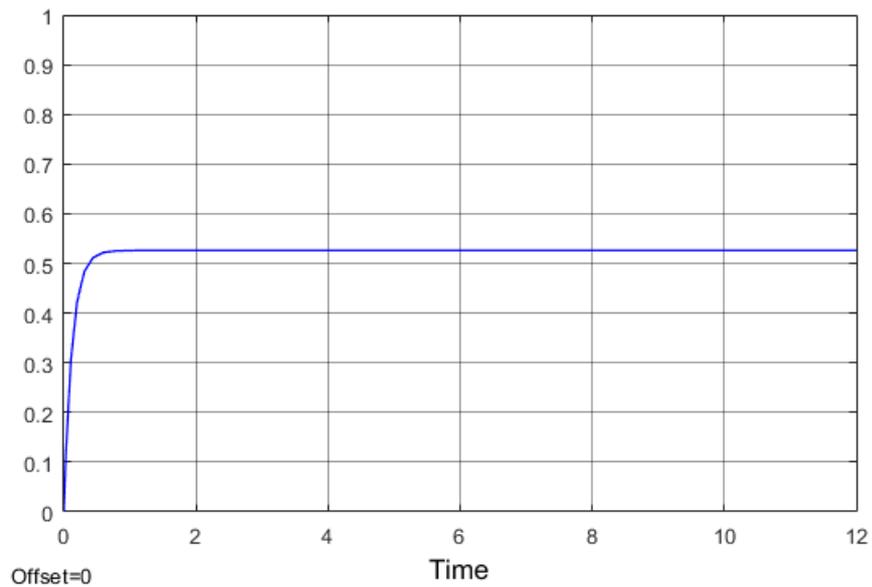


Figura 3. 9: Respuesta del sistema de bucle cerrado para el motor de corriente continua con  $L = 0$ .

Elaborado por: Autor.

➤ Estudio de estabilidad

Se consideran las siguientes funciones de transferencia con  $L=0$ ,

Función de transferencia de bucle abierto (FTBA),

$$H(s) = \frac{A}{\tau s + 1}$$

Función de transferencia de bucle cerrado (FTBC),

$$\frac{H(s)}{H(s) + 1} = \frac{W(s)}{U(s)}$$

Aplicación de los datos numéricos,

$$H(s) = \frac{1.11}{0.26s + 1}$$

$$\frac{W(s)}{U(s)} = \frac{\frac{1.11}{0.26s+1}}{\frac{1.11}{0.26s+1} + 1} = \frac{\frac{1.11}{0.26s+1}}{\frac{1.11+0.26s+1}{0.26s+1}}$$

$$\frac{W(s)}{U(s)} = \frac{1.11}{0.26s + 2.11}$$

$$\frac{W(s)}{U(s)} = \frac{4.27}{s + 8.11}$$

Si se aplica la condición fundamental de estabilidad: "un sistema dinámico lineal es estable si y sólo si todos los polos de su función de transferencia son parte real negativa". Se observa que los polos de la función de transferencia de bucle cerrado son parte real negativa; lo que implica que el sistema es estable. sistema es estable.

➤ Precisión en estado estacionario:

Para ello, se ha de tener en cuenta la siguiente notación:

$$W(s) = \frac{4.27}{s + 8.11} U(s) = \frac{4.27}{s + 8.11} \cdot \frac{1}{s}$$

$$W(s) = 0.53 \left( \frac{1}{s} - \frac{1}{s + 8.11} \right)$$

Aplicando la transformada inversa de Laplace, se obtiene:

$$W(s) = \mathcal{L} \left[ 0.53 \left( \frac{1}{s} - \frac{1}{s + 8.11} \right) \right]$$

$$w(t) = 0.53(1 - e^{-8.11t})$$

Por lo tanto,  $e(t)$  será igual a:

$$e(t) = u(t) - w(t)$$

$$e(t) = 1 - 0.53(1 - e^{-8.11t})$$

En consecuencia,

$$e_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} [1 - 0.53(1 - e^{-\infty})]$$

$$e_{\infty} = 1 - 0.53(1 - 0)$$

$$e_{\infty} = 0.47 \cong 47\%$$

$$w_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} w(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} 0.53(1 - e^{-8.11t})$$

$$w_{\infty} = 0.53(1 - 0)$$

$$w_{\infty} = 0.53 \cong 53\%$$

Finalmente, se nota que la respuesta en estado estacionario del sistema sólo alcanza el 53% de la entrada. Además, el error es muy grande (47%).

➤ Velocidad:

El tiempo de establecimiento o ajuste  $T_{sp}$  (el tiempo de respuesta al 5%) se deduce como sigue:

$$T_{sp} = 3\tau = 0.78 \text{ s}$$

2) Para  $L \neq 0$ ,

El diagrama de bloques del sistema en este caso se ilustra en la figura 3.10.

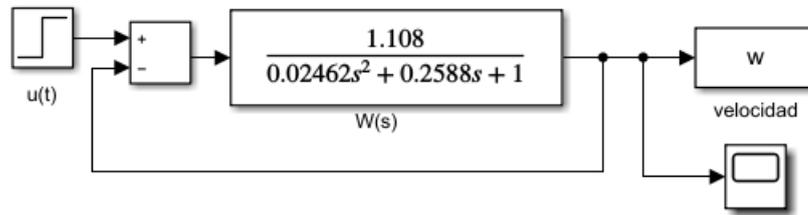


Figura 3. 10: Diagrama de bloques del sistema retroalimentado para  $L \neq 0$ .  
Elaborado por: Autor.

En la figura 3.11 se muestra la respuesta al escalón del sistema retroalimentado de la figura 3.10 para  $L \neq 0$ .

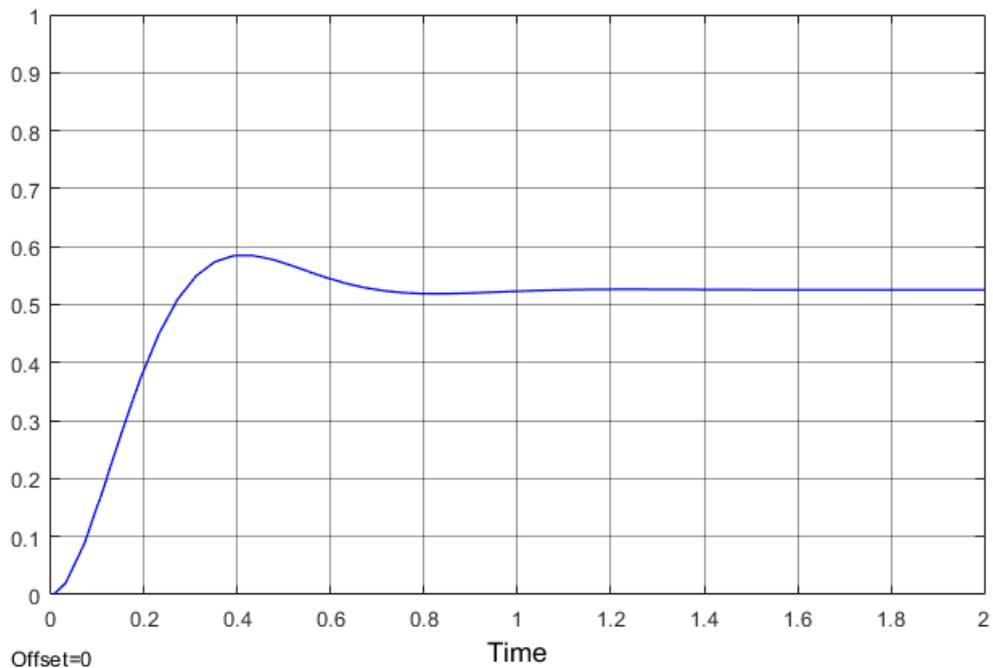


Figura 3. 11: Respuesta del índice del sistema en el retorno unitario LF, para  $L \neq 0$ .  
Elaborado por: Autor.

➤ Estudio de estabilidad

Se consideran las siguientes funciones de transferencia,  
FTBA

$$H(s) = \frac{A}{\tau' s^2 + \tau s + 1} = \frac{1.11}{0.02s^2 + 0.26s + 1}$$

FTBC

$$\frac{W(s)}{U(s)} = \frac{H(s)}{H(s) + 1} = \frac{55.5}{s^2 + 13s + 105.5}$$

Si se aplica la condición fundamental de estabilidad: "Un sistema dinámico lineal es estable si y sólo si todos los polos de su FT son parte real negativa".

$$r_1 = -7.5 - 8i$$

$$r_2 = -7.5 + 8i$$

Se observa que los polos de la función de transferencia de bucle cerrado (FTBC) son de parte real negativa; esto implica que el sistema es estable.

➤ Precisión en estado estacionario:

Para ello, se ha de tener en cuenta la siguiente notación:

$$W(s) = \frac{55.5}{s^2 + 13s + 105.5} U(s) = \frac{55.5}{s^2 + 13s + 105.5} \cdot \frac{1}{s}$$

$$W(s) = \frac{55.5}{s(s^2 + 13s + 105.5)}$$

Aplicando la transformada inversa de Laplace, se obtiene:

$$W(t) = 55.5 \mathcal{L} \left[ 1 - \frac{1}{r_1 - r_2} (r_1 e^{-t/r_1} - r_2 e^{-t/r_2}) \right]$$

Por lo tanto, e(t) será igual a:

$$e(t) = u(t) - w(t)$$

$$e(t) = 1 - 55.5 \left[ 1 - \frac{1}{r_1 - r_2} (r_1 e^{-t/r_1} - r_2 e^{-t/r_2}) \right]$$

En consecuencia,

$$e_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \left\{ 1 - 55.5 \left[ 1 - \frac{1}{r_1 - r_2} (r_1 e^{-t/r_1} - r_2 e^{-t/r_2}) \right] \right\}$$

$$e_{\infty} = 0.445 \cong 44.5\%$$

En la figura 3.11 y en la ecuación  $e_{\infty}$  se puede ver claramente que la respuesta en estado estacionario del sistema es sólo el 44.5% de la entrada. También el error es muy grande (44,5%).

➤ Velocidad:

El tiempo de establecimiento o ajuste  $T_{sp}$  (el tiempo de respuesta al 5%) se deduce como sigue:

$$T_{sp} = 3\tau = 0.78 \text{ s}$$

### 3.5. Sistema controlador analógico: aplicación del controlador PI y PID para el control de velocidad.

Sin utilizar una energía apreciable, el controlador es la parte "inteligente" del sistema de control y su juiciosa determinación confiere al sistema de control sus cualidades. A continuación, se analizan los efectos que tienen el sistema al añadir controladores PI y PID:

1) Para  $L = 0$ ,

➤ Efecto del controlador proporcional (controlador P) solo en el sistema:

En la figura 3.12 se representa el diagrama funcional del sistema (controlador P + motor de corriente continua) en el entorno de simulación Simulink,

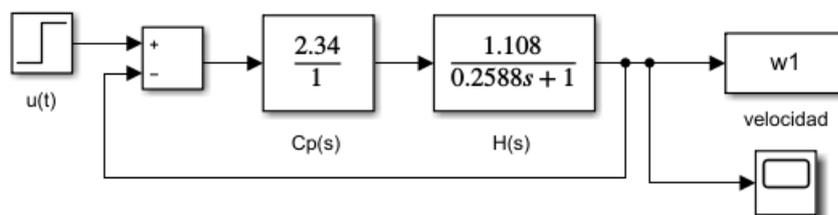


Figura 3. 12: Diagrama de bloques del sistema mediante controlador P para L=0.  
Elaborado por: Autor.

Una breve comparación con la figura 3.9, mostrará claramente la influencia del controlador P sobre la velocidad y la ganancia estática del

sistema. En la figura 3.13 se muestra el efecto del controlador P para el control de velocidad del motor.

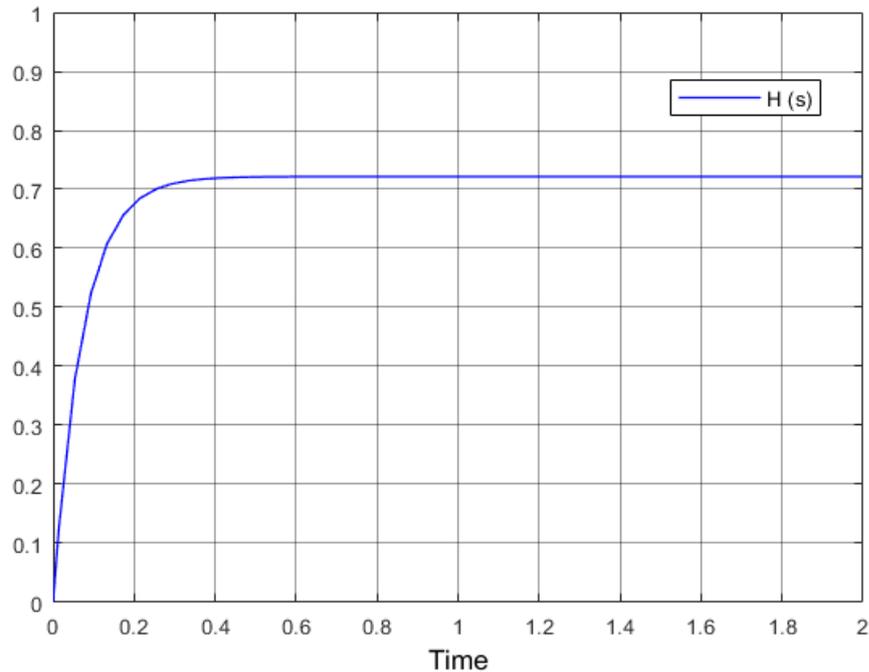


Figura 3. 13: Respuesta al escalón del sistema usando controlador P para L=0.  
Elaborado por: Autor.

➤ Efecto del controlador integral (controlador I) solo en el sistema:

Ahora, se verifica el efecto del controlador I (en un procedimiento similar al del controlador P). Utilizando el diagrama de bloques de la figura 3.12 se modifica la variable de control proporcional por la variable de control integral. En la figura 3.14 se muestra el diagrama de bloques del controlador I. La respuesta al escalón del sistema (controlador I + motor de corriente continua) se muestra en la figura 3.15. Se puede observar que el controlador I obliga al sistema a alcanzar el valor deseado o el estado estacionario, después de un periodo transitorio bastante largo.

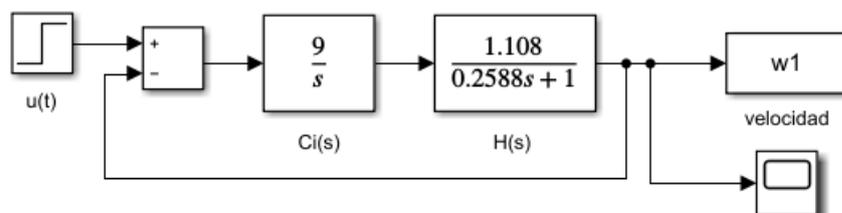


Figura 3. 14: Diagrama de bloques del sistema mediante controlador I para L=0.  
Elaborado por: Autor.

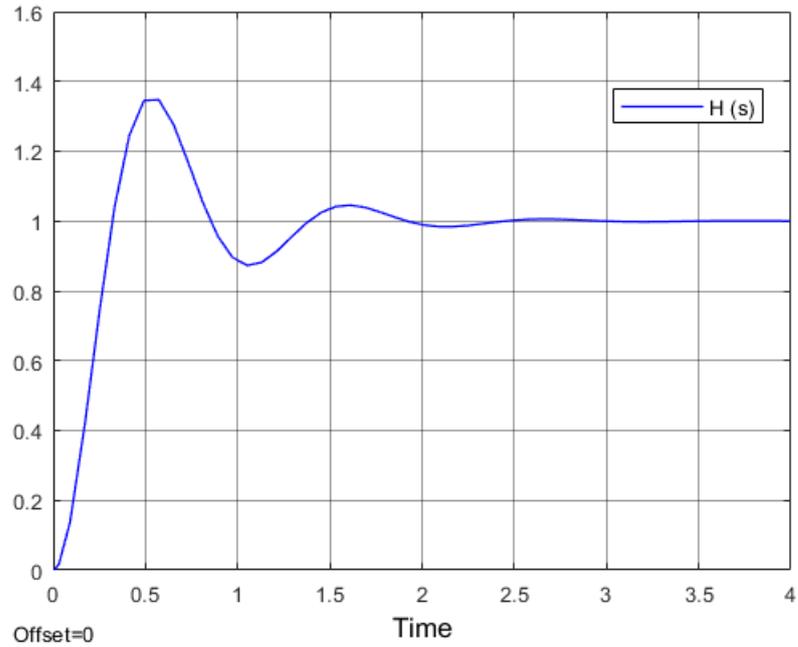


Figura 3. 15: Respuesta al escalon del sistema usando controlador I para L=0.  
Elaborado por: Autor.

- Efecto del controlador proporcional-integral (controlador PI) solo en el sistema:

Después de haber visto el efecto de las acciones de los controladores proporcional e integral en la cadena de control, ahora se va a considerar el efecto del controlador PI. La figura 3.16 muestra el diagrama de bloques del sistema de control de velocidad del motor de corriente continua usando controlador PI.

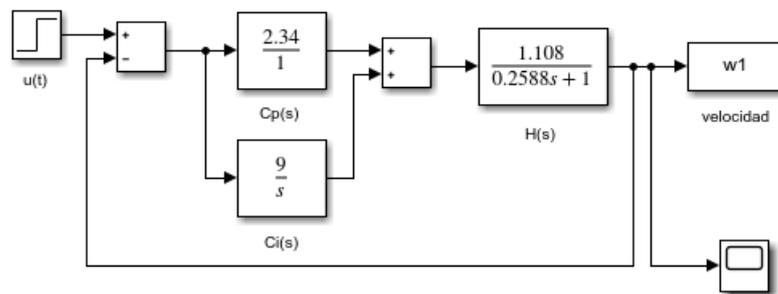


Figura 3. 16: Diagrama de bloques del sistema mediante controlador PI para L=0.  
Elaborado por: Autor.

En la figura 3.17 se muestra la respuesta al escalón del sistema de control de velocidad del motor usando el controlado PI.

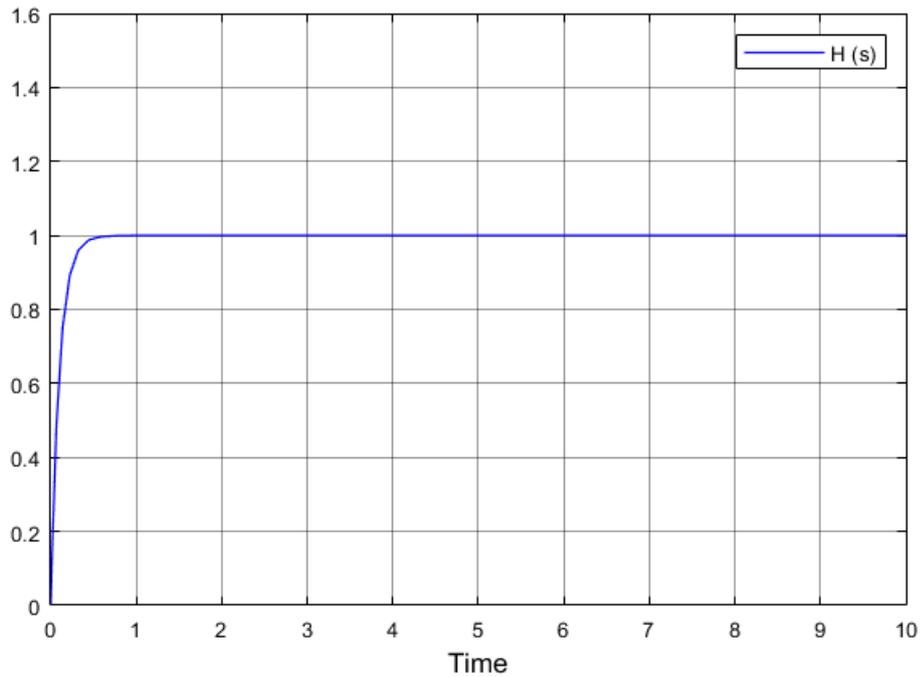


Figura 3. 17: Valores de potencia del panel obtenidos como resultado de la simulación.

Elaborado por: Autor.

2) Para  $L \neq 0$ ,

➤ Efecto del corrector PI en el sistema:

En este caso, se trata de un sistema de control de velocidad de un motor de corriente continua cuya función de transferencia es la de un sistema de 2º orden dada por  $H(s)$

$$H(s) = \frac{1.11}{0.02s^2 + 0.26s + 1}$$

El efecto del controlador PI en el sistema de control de velocidad del motor se estudia directamente para  $L \neq 0$ . La figura 3.18 muestra el diagrama de bloques del sistema usando controlador PI.

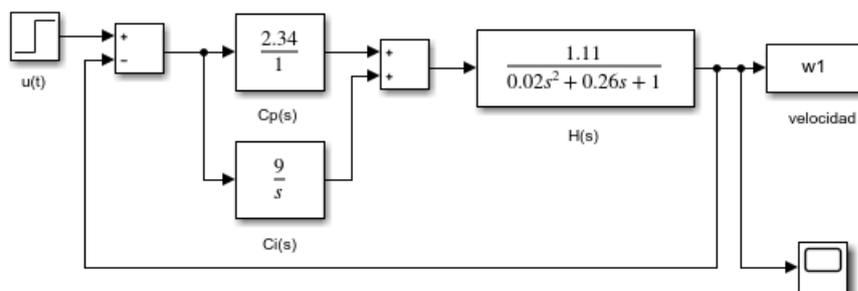


Figura 3. 18: Diagrama de bloques del sistema mediante controlador I para  $L \neq 0$ .

Elaborado por: Autor.

La figura 3.19 muestra la respuesta al escalón del sistema de control de velocidad usando controlador PI para  $L \neq 0$ .

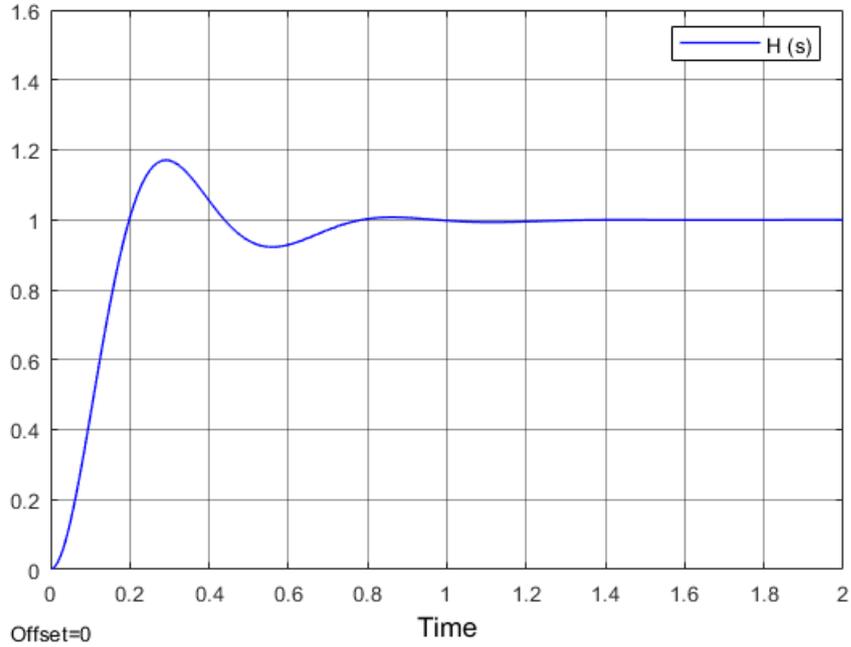


Figura 3. 19: Diagrama de bloques del sistema mediante controlador PI para  $L \neq 0$ .  
Elaborado por: Autor.

➤ Efecto del controlador PID en el sistema.

Se procede a utilizar la estructura de un controlador PID paralelo,

$$PID = K_p + \frac{1}{T_i s} + T_d s$$

A partir de la figura 3.10 se implementa el controlador PID analógico tal como se muestra en la figura 3.20.

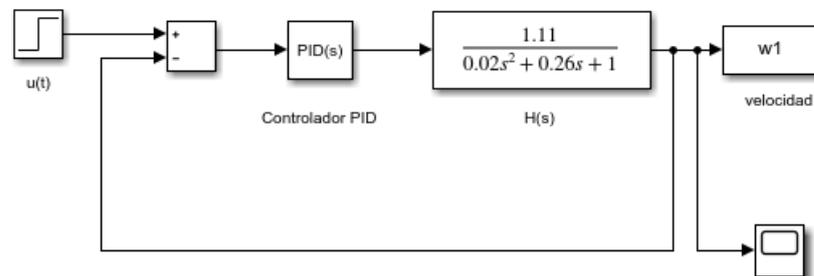


Figura 3. 20: Diagrama de bloques del sistema usando controlador PID para  $L \neq 0$ .  
Elaborado por: Autor.

A continuación, se presentan los parámetros de ganancia del controlador PID y en la figura 3.21 se muestran los parámetros ingresados del bloque PID.

$$K_p = 30.12; T_i = 4.93; T_d = 11$$

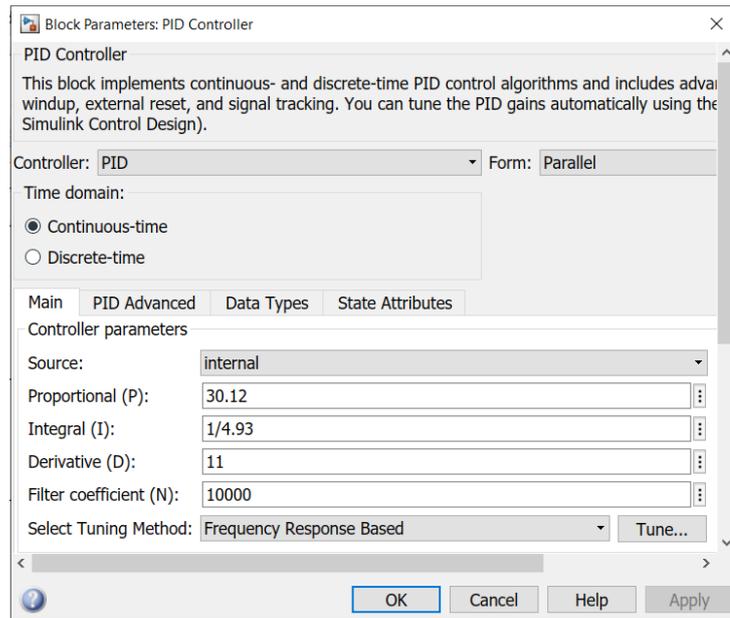


Figura 3. 21: Bloque de parámetros del controlador PID.  
Elaborado por: Autor.

En la figura 3.22 se muestra la respuesta al escalon del control de velocidad del motor usando controlador PID para  $L \neq 0$ . Se puede observar que el tiempo de respuesta en este caso es mucho más rápido que los escenarios anteriores.

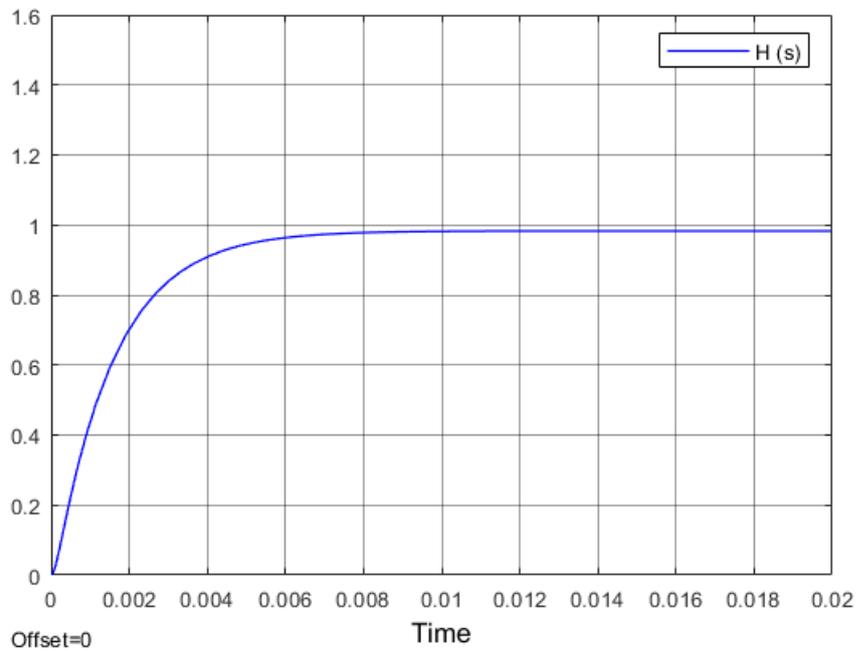


Figura 3. 22: Diagrama de bloques del sistema mediante controlador PI para  $L \neq 0$ .  
Elaborado por: Autor.

## Conclusiones.

- Las máquinas de corriente continua han sido durante muchos años el principal actuador utilizado en aplicaciones de velocidad variable. En efecto, como se ha demostrado, el control de la velocidad de rotación puede lograrse fácilmente actuando sobre la f.e.m. del inducido de la máquina (en tamaño "permanente", es decir, medio). En otro nivel, es posible actuar sobre el flujo de la armadura, que se regula mediante la tensión en la armadura (también llamada corriente de excitación).
- De los resultados obtenidos se desprende que para conseguir las mejores cualidades de estabilidad, velocidad y precisión es necesario hacer una buena elección del controlador y también un cálculo preciso de sus parámetros. El controlador PID se adaptó bien a este sistema.
- Además de la respuesta del sistema, se trataron los efectos de la velocidad, y a partir de los resultados obtenidos se observó que una elección adecuada de este parámetro es esencial. De los resultados obtenidos se desprende que es esencial una elección adecuada de este parámetro.

### **Recomendaciones.**

- Evaluar el modelo de simulación del control de velocidad de motores de corriente continua utilizando el entorno LabVIEW.
- Implementar controladores inteligentes para regulación de velocidad en motores DC utilizando el entorno Simulink.

## Bibliografía

- Achanta, R. K., & Pamula, V. K. (2017). DC motor speed control using PID controller tuned by jaya optimization algorithm. *2017 IEEE International Conference on Power, Control, Signals and Instrumentation Engineering (ICPCSI)*, 983–987. <https://doi.org/10.1109/ICPCSI.2017.8391856>
- Basilio, J. C., & Moreira, M. V. (2004). State–Space Parameter Identification in a Second Control Laboratory. *IEEE Transactions on Education*, 47(2), 204–210. <https://doi.org/10.1109/TE.2004.824846>
- Bolton, W. (2021). Control Systems. En *Instrumentation and Control Systems* (pp. 85–102). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-823471-6.00004-6>
- Canelles Muir, M. (2017). *Diseño de un sistema de control de velocidad para el motor dc de la pulidora metalográfica modelo 3E881M* [Tesis, Departamento de Eléctrica]. <http://ninive.ismm.edu.cu/handle/123456789/1831>
- Dughman Cabrera, Y. (2016). *Control digital de posición y velocidad de máquinas de corriente directa* [Thesis, Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas. Facultad de Ingeniería Eléctrica. Departamento de Automática y Sistemas Computacionales]. <http://dspace.uclv.edu.cu:8089/xmlui/handle/123456789/6393>
- Dunn, T. (2015). Basics of Control Systems. En *Flexible Packaging* (pp. 103–110). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-0-323-26436-5.00010-2>
- Electrical Academia. (2019). DC Motor | Construction | Parts. *Electrical Academia*. <https://electricalacademia.com/dc-machines/dc-motor-construction-parts/>
- Fernandes Lukoki, S. J. (2018). *Programa de simulación de máquinas eléctricas rotatorias en Matlab/Simulink* [Thesis, Universidad Central

“Marta Abreu” de Las Villas, Facultad de Ingeniería Eléctrica,  
Departamento de Electroenergética].  
<http://dspace.uclv.edu.cu:8089/xmlui/handle/123456789/10007>

Mahmoud, M. S. (2018). Introduction. En *Advanced Control Design with Application to Electromechanical Systems* (pp. 1–41). Elsevier.  
<https://doi.org/10.1016/B978-0-12-814543-2.00001-1>

Ogata, K. (2010). *Modern control engineering* (5th ed). Prentice-Hall.

Patel, H. B., & Chaphekar, S. (2012). Developments in PID Controllers: Literature Survey. *Computer Science*.

Sabir, M. M., & Khan, J. A. (2014). Optimal Design of PID Controller for the Speed Control of DC Motor by Using Metaheuristic Techniques. *Advances in Artificial Neural Systems, 2014*, 1–8.  
<https://doi.org/10.1155/2014/126317>

Sharma, P., Tiwari, M., & Chakravorty, K. (2015). Speed Control of 2-pole DC Motor Using Pwm PROTEUS VSM 7.9 & AVR STUDIO (SOFTWARE). *International Journal For Science Technology And Engineering, 1*, 199–202.

Xie, W., Wang, J.-S., & Wang, H.-B. (2019). PI Controller of Speed Regulation of Brushless DC Motor Based on Particle Swarm Optimization Algorithm with Improved Inertia Weights. *Mathematical Problems in Engineering, 2019*, 1–12. <https://doi.org/10.1155/2019/2671792>

Yu Jin, C., Ryu, K. H., Sung, S. W., Lee, J., & Lee, I.-B. (2014). PID auto-tuning using new model reduction method and explicit PID tuning rule for a fractional order plus time delay model. *Journal of Process Control, 24*(1), 113–128. <https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2013.11.010>



## DECLARACIÓN Y AUTORIZACIÓN

Yo, **Chinchay Aponte, Jean Carlos** con C.C: # 0705448819 autor del Trabajo de Titulación: **Desarrollo de escenarios de simulación del control de velocidad de máquinas de corriente continua mediante el controlador PID** previo a la obtención del título de **INGENIERO ELÉCTRICO MECÁNICO** en la Universidad Católica de Santiago de Guayaquil.

1.- Declaro tener pleno conocimiento de la obligación que tienen las instituciones de educación superior, de conformidad con el Artículo 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior, de entregar a la SENESCYT en formato digital una copia del referido trabajo de titulación para que sea integrado al Sistema Nacional de Información de la Educación Superior del Ecuador para su difusión pública respetando los derechos de autor.

2.- Autorizo a la SENESCYT a tener una copia del referido trabajo de titulación, con el propósito de generar un repositorio que democratice la información, respetando las políticas de propiedad intelectual vigentes.

Guayaquil, 8 de marzo del 2022

*Jean Carlos Chinchay Aponte*

f. \_\_\_\_\_

Nombre: Chinchay Aponte, Jean Carlos

C.C: 0705448819

## **REPOSITARIO NACIONAL EN CIENCIA Y TECNOLOGÍA**

### **FICHA DE REGISTRO DE TESIS/TRABAJO DE TITULACIÓN**

<b>TÍTULO Y SUBTÍTULO:</b>	Desarrollo de escenarios de simulación del control de velocidad de máquinas de corriente continua mediante el controlador PID		
<b>AUTOR(ES)</b>	Chinchay Aponte, Jean Carlos		
<b>REVISOR(ES)/TUTOR(ES)</b>	M. Sc. Bastidas Cabrera, Tomas Gaspar		
<b>INSTITUCIÓN:</b>	Universidad Católica de Santiago de Guayaquil		
<b>FACULTAD:</b>	Facultad de Educación Técnica para el Desarrollo		
<b>CARRERA:</b>	Ingeniería Eléctrico Mecánica		
<b>TITULO OBTENIDO:</b>	Ingeniero Eléctrico Mecánico		
<b>FECHA DE PUBLICACIÓN:</b>	8 de marzo del 2022	<b>No. DE PÁGINAS:</b>	41
<b>ÁREAS TEMÁTICAS:</b>	Electrónica de potencia, Sistemas Trifásicos, Inversores de Voltaje		
<b>PALABRAS CLAVES/ KEYWORDS:</b>	Regulador, Máquinas, Controlador, Velocidad, Proporcional, Modelado		

**RESUMEN/ABSTRACT** (150-250 palabras):

El presente trabajo se estudia y analiza el comportamiento dinámico de la respuesta de velocidad de una máquina de corriente continua controlada por el controlador proporcional-integral-derivativo (PID). El objetivo planteado es realizar un estudio detallado mediante escenarios de simulación del control de velocidad de una máquina de corriente continua utilizando el entorno Simulink. En el capítulo 1 se describen las generalidades del proyecto de titulación. En el capítulo 2 se describen los fundamentos teóricos de las máquinas de corriente continua para determinar los parámetros de su función de transferencia. También, se revisan los tipos de controladores que se emplean para regular la velocidad de una máquina. En el capítulo 3 se diseña, implementa y analiza los escenarios de simulación del sistema de control de velocidad del motor de corriente continua mediante el entorno de simulación MatLab/Simulink, en la que diseñaron los bloques del sistema sin controladores y con controladores P, I, PI y PID, respectivamente.

<b>ADJUNTO PDF:</b>	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
<b>CONTACTO CON AUTOR/ES:</b>	<b>Teléfono:</b> +593995675722	E-mail: kalula_1997@hotmail.com
<b>CONTACTO CON LA INSTITUCIÓN: COORDINADOR DEL PROCESO DE UTE</b>	<b>Nombre:</b> Palacios Meléndez, Edwin Fernando	
	<b>Teléfono:</b> +593 96 760 8298	
	<b>E-mail:</b> edwin.palacios@cu.ucsg.edu.ec	

#### **SECCIÓN PARA USO DE BIBLIOTECA**

<b>Nº. DE REGISTRO (en base a datos):</b>	
<b>Nº. DE CLASIFICACIÓN:</b>	
<b>DIRECCIÓN URL (tesis en la web):</b>	