



**UNIVERSIDAD CATÓLICA  
DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL  
FACULTAD DE EDUCACIÓN TÉCNICA PARA EL DESARROLLO  
CARRERA DE INGENIERÍA EN ELECTRICIDAD**

**TEMA:**

**Estimación del modelo de motores DC mediante identificación paramétrica en sistemas SISO usando la herramienta MatLab/Simulink.**

**AUTOR:**

**Baque Manzo, María Luisa**

**Trabajo de Integración Curricular previo a la obtención del título de  
INGENIERA EN ELECTRICIDAD**

**TUTOR:**

**M. Sc. Palacios Meléndez, Edwin Fernando**

**Guayaquil, Ecuador**

**5 de septiembre del 2023**



**UNIVERSIDAD CATÓLICA  
DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL  
FACULTAD DE EDUCACIÓN TÉCNICA PARA EL DESARROLLO  
CARRERA DE INGENIERÍA EN ELECTRICIDAD**

**CERTIFICACIÓN**

Certificamos que el presente trabajo fue realizado en su totalidad por la Srta. **Baque Manzo, María Luisa** como requerimiento para la obtención del título de **INGENIERA EN ELECTRICIDAD**.

TUTOR

M. Sc. Palacios Meléndez, Edwin Fernando

DIRECTOR DE CARRERA

M. Sc. Bohórquez Escobar, Celso Bayardo

Guayaquil, a los 5 días del mes de septiembre del año 2023



**UNIVERSIDAD CATÓLICA  
DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL  
FACULTAD DE EDUCACIÓN TÉCNICA PARA EL DESARROLLO  
CARRERA DE INGENIERÍA EN ELECTRICIDAD**

**DECLARACIÓN DE RESPONSABILIDAD**

Yo, **Baque Manzo, María Luisa**

**DECLARO QUE:**

El trabajo de integración curricular **Estimación del modelo de motores DC mediante identificación paramétrica en sistemas SISO usando la herramienta MatLab/Simulink** previo a la obtención del Título de **Ingeniera en Electricidad**, ha sido desarrollado respetando derechos intelectuales de terceros conforme las citas que constan en el documento, cuyas fuentes se incorporan en las referencias o bibliografías. Consecuentemente este trabajo es de mi total autoría.

En virtud de esta declaración, me responsabilizo del contenido, veracidad y alcance del Trabajo de Integración Curricular referido.

Guayaquil, a los 5 días del mes de septiembre del año 2023

EL AUTOR

---

Baque Manzo, María Luisa



**UNIVERSIDAD CATÓLICA  
DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL  
FACULTAD DE EDUCACIÓN TÉCNICA PARA EL DESARROLLO  
CARRERA DE INGENIERÍA EN ELECTRICIDAD**

**AUTORIZACIÓN**

Yo, **Baque Manzo, María Luisa**

Autorizó a la Universidad Católica de Santiago de Guayaquil, la publicación, en la biblioteca de la institución del Trabajo de Integración Curricular: **Estimación del modelo de motores DC mediante identificación paramétrica en sistemas SISO usando la herramienta MatLab/Simulink**, cuyo contenido, ideas y criterios son de mi exclusiva responsabilidad y total autoría.

Guayaquil, a los 5 días del mes de septiembre del año 2023

EL AUTOR

---

Baque Manzo, María Luisa

# REPORTE ANTIPLAGIO COMPILATIO



## Estimación del modelo de motores DC mediante identificación paramétrica en sistemas SISO usando la herramienta MatLab/Simulink

3% Similitudes  
6% Texto entre comillas < 1% similitudes entre comillas  
16% Idioma no reconocido

Nombre del documento: Baque\_MaLuisa\_TIC2023A.docx  
ID del documento: 2268a4d3ad1a164d144ace4b65b3eac29f2dbfcd  
Tamaño del documento original: 1,2 MB  
Autor: Maria Luisa Baque

Depositante: Maria Luisa Baque  
Fecha de depósito: 25/8/2023  
Tipo de carga: url\_submission  
fecha de fin de análisis: 25/8/2023

Número de palabras: 13.838  
Número de caracteres: 114.478

Ubicación de las similitudes en el documento:



### Fuentes principales detectadas

Nº	Descripciones	Similitudes	Ubicaciones	Datos adicionales
1	<a href="https://www.ute.edu.ec">www.ute.edu.ec</a> <a href="https://www.ute.edu.ec/wp-content/uploads/2022/11/FORMULARIO-DE-REGISTRO-BIBLIOGRAFICO.p...">https://www.ute.edu.ec/wp-content/uploads/2022/11/FORMULARIO-DE-REGISTRO-BIBLIOGRAFICO.p...</a> 1 fuente similar	< 1%		Palabras idénticas: < 1% (80 palabras)
2	<a href="https://vestnik.susu.ru">vestnik.susu.ru</a>   Measurement of Certain Synchronous Generator Parameters by ... <a href="https://vestnik.susu.ru/power/article/download/9560/7611">https://vestnik.susu.ru/power/article/download/9560/7611</a> 1 fuente similar	< 1%		Palabras idénticas: < 1% (61 palabras)
3	Documento de otro usuario #658bb2 El documento proviene de otro grupo 5 fuentes similares	< 1%		Palabras idénticas: < 1% (63 palabras)
4	Documento de otro usuario #9dd3b5 El documento proviene de otro grupo 1 fuente similar	< 1%		Palabras idénticas: < 1% (58 palabras)
5	<a href="https://reunir.unir.net">reunir.unir.net</a>   Comparativa de modelos de Machine Learning interpretables par... <a href="https://reunir.unir.net/bitstream/123456789/12210/1/Ortega%20Marín,%20Sonia.pdf">https://reunir.unir.net/bitstream/123456789/12210/1/Ortega Martín, Sonia.pdf</a>	< 1%		Palabras idénticas: < 1% (27 palabras)

M. Sc. Palacios Meléndez, Edwin Fernando  
Docente Tutor del TIC

## DEDICATORIA

A mis Hijos y mis padres quienes han sido la motivación para seguir con mis estudios y cumplir cada una de mis metas.

A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'M. Luisa', with a long horizontal stroke extending to the right and a small flourish at the end.

EL AUTOR

Baque Manzo, María Luisa

## AGRADECIMIENTO

A mi tutor M. Sc. Fernando Palacios quien con sus enseñanzas y palabras de motivación ha forjado en mí una profesional en el sector eléctrico.

A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'M. Luisa Baque Manzo', with a stylized flourish at the end.

EL AUTOR

Baque Manzo, María Luisa



**UNIVERSIDAD CATÓLICA  
DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL**

FACULTAD DE EDUCACIÓN TÉCNICA PARA EL DESARROLLO  
CARRERA DE INGENIERÍA EN ELECTRICIDAD

**TRIBUNAL DE SUSTENTACIÓN**

f. \_\_\_\_\_

**M. Sc. BOHÓRQUEZ ESCOBAR, CELSO BAYARDO**  
DIRECTOR DE CARRERA

f. \_\_\_\_\_

**Mgs. UBILLA GONZÁLEZ, RICARDO XAVIER**  
COORDINADOR DE TITULACIÓN

f. \_\_\_\_\_

**Ing. ROMERO ROSERO, CARLOS BOLÍVAR**  
OPONENTE

## Índice General

Índice de Figuras.....	XI
Índice de Tablas.....	XII
Resumen.....	XIII
Capítulo 1: Descripción General del Trabajo de Titulación .....	2
1.1. Introducción. ....	2
1.2. Antecedentes.....	3
1.3. Definición del Problema.....	3
1.4. Justificación del Problema.....	3
1.5. Objetivos del Problema de Investigación.....	4
1.5.1. Objetivo General.....	4
1.5.2. Objetivos Específicos.....	4
1.6. Hipótesis.....	4
1.7. Metodología de Investigación. ....	5
Capítulo 2: Fundamentación Teórica .....	7
2.1. Tipos de máquinas de corriente directa (DC).....	7
2.2.1. Máquinas de excitación directa.....	7
2.2.2. Máquinas excitadas por derivación.....	8
2.2.3. Máquinas con excitación en serie.....	9
2.2.4. Máquinas de excitación mixta. ....	10
2.2. Principio de funcionamiento de los motores de corriente continua. ....	11
2.3. Sistemas de control. ....	12
2.3.1. Sistemas de bucle abierto.....	12
2.3.2. Sistemas de bucle cerrado. ....	14
2.4. Descripción e identificación de señales y sistemas. ....	17
2.5. Identificación de sistemas con modelos paramétricos y no paramétricos.	20

2.5.1.	Modelos paramétricos.....	20
2.5.1.1.	Modelo autorregresivo con variables eXógenas (ARX).....	22
2.5.1.2.	Modelo autorregresivo de media móvil con variables eXógenas (ARMAX).....	24
2.5.1.3.	Modelo salida-error (OE).....	25
2.5.1.4.	Modelo Box-Jenkins (BJ).....	27
2.5.2.	Modelos no paramétricos.....	29
Capítulo 3: Diseño, Implementación y resultados.....		31
3.1.	Introducción.....	31
3.2.	Modelado matemático del motor DC e identificación no-paramétrica y paramétrica.....	32
3.2.1.	Modelado matemático del motor DC.....	32
3.2.2.	Diseño de la señal de entrada PRBS.....	36
3.2.3.	Identificación no-paramétrica.....	37
3.2.4.	Identificación paramétrica.....	38
3.3.	Análisis de resultados obtenidos.....	38
3.3.1.	Resultados del modelado matemático.....	38
3.3.2.	Resultados del diseño de la señal de entrada PRBS.....	39
3.3.3.	Resultados de la identificación no-paramétrica.....	41
3.3.4.	Resultados de la identificación paramétrica.....	42
Conclusiones.....		46
Recomendaciones.....		47
Bibliografía.....		48

## Índice de Figuras

Figura 2. 1: Circuito equivalente de una máquina de excitación directa.....	7
Figura 2. 2: Circuito equivalente de una máquina de excitación por derivación.....	9
Figura 2. 3: Circuito equivalente de una máquina con excitación en serie.....	9
Figura 2. 4: Circuito equivalente de una máquina con excitación en serie.....	10
Figura 2. 5: Representación de la estructura del estator de un motor DC.....	11
Figura 2. 6: Representación de un sistema de control de bucle o lazo abierto. ....	13
Figura 2. 7: Diagrama de bloque de un controlador de bucle cerrado. ....	15
Figura 2. 8: Parámetros de respuesta al escalón de sistemas lineales. ....	16
Figura 2. 9: Diagrama de bloques de un sistema con entrada $u$ , salida $y$ , efecto perturbador medido $w$ y efecto perturbador no medido $v$ . ....	18
Figura 2. 10: Componentes de la teoría de sistemas.....	19
Figura 2. 11: Clasificación de los sistemas dinámicos en función del número de entradas y salidas.....	19
Figura 2. 12: Métodos de identificación de sistemas.....	20
Figura 2. 13: Diagrama esquemático de una estructura ARX. ....	22
Figura 2. 14: Diagrama esquemático de una estructura ARMAX. ....	24
Figura 2. 15: Diagrama esquemático de una estructura OE.....	26
Figura 2. 16: Diagrama esquemático de una estructura Box-Jenkins.....	28
Figura 3. 1: Circuito equivalente para el modelo matemático de un motor DC.....	33
Figura 3. 2: Representación del motor DC MAXON RE35.....	33
Figura 3. 3: Implementación en Simulink del modelo matemático del motor DC. ....	35
Figura 3. 4: Modelo de caja negra de un motor DC.....	36
Figura 3. 5: Respuesta al escalón del motor DC y obtención de parámetros de tiempos dominantes bajo y alto.....	37
Figura 3. 6: Modelos de estimación paramétrica (a) ARX, (b) ARMAX, (c) Output Error, y (d) Box-Jenkins.....	38
Figura 3. 7: Respuesta al escalón del modelo matemático del motor DC implementado en Simulink de acuerdo con la Figura 3.3.....	39
Figura 3. 8: Ingreso de parámetros para el diseño de entrada PRBS.....	39
Figura 3. 9: Representación gráfica en series de tiempo del diseño de señal PRBS. ....	40
.....	40
Figura 3. 10: Respuesta de la planta y señal de entrada PRBS simulada en MatLab. ....	41
.....	41
Figura 3. 11: Estimación no paramétrica de la respuesta real y estimada. ....	42
Figura 3. 12: Respuestas de las funciones de covarianza, correlación y respuesta al impulso mediante CRA.....	42
Figura 3. 13: Modelo de salida con la mejor estimación Box-Jenkins (BJ21130). ....	45
Figura 3. 14: Modelo de residuos de autocorrelación y correlación cruzada para el método Box-Jenkins.....	45

## Índice de Tablas

Tabla 3. 1: Parámetros físicos del modelado de un motor de CC.....	34
Tabla 3. 2: Parámetros para el diseño de señal de entrada PRBS.....	40
Tabla 3. 3: Resumen de los datos obtenidos de los mejores valores de ordenes de estimación paramétrica. ....	43
Tabla 3. 3: Resumen de los datos obtenidos de los mejores valores de ordenes de estimación paramétrica. ....	44

## Resumen

Este estudio se centra en la estimación precisa de un modelo de motor de corriente continua dentro de un sistema SISO (Single Input Single Output) utilizando técnicas de identificación paramétrica. La investigación aprovecha las capacidades de la herramienta MatLab/Simulink para implementar el proceso de identificación. La estimación del modelo de un motor DC es una tarea crítica en la ingeniería de control, permitiendo la comprensión y predicción del comportamiento del motor para diversas aplicaciones. La metodología de investigación consiste en recopilar datos experimentales sometiendo el motor de corriente continua a señales de entrada controladas. Estas señales de entrada se diseñan cuidadosamente para obtener una serie de respuestas del sistema del motor. Utilizando algoritmos de identificación de sistemas disponibles en MatLab/Simulink, los datos recogidos se emplean para estimar los parámetros del modelo, que incluyen las constantes de tiempo, la ganancia y la inercia del motor. Los resultados del estudio demuestran el éxito de la estimación del modelo del motor de corriente continua utilizando el enfoque propuesto. La precisión del modelo estimado se valida mediante la comparación con datos experimentales. Las respuestas simuladas coinciden estrechamente con el comportamiento observado del sistema motor, lo que confirma la fiabilidad del modelo estimado.

**Palabras claves:** Control, Lineal, Identificación, Sistemas, Estimación, Modelado.

# **Capítulo 1:**

## **Descripción General del Trabajo de Titulación**

### **1.1. Introducción.**

Para analizar y diseñar sistemas dinámicos es necesario conocer su comportamiento. Para estudiar el comportamiento de los sistemas, se pueden realizar estudios directamente en el sistema o en un modelo físico que lo describa. Sin embargo, no son preferibles en situaciones que requieran un coste elevado, lleven mucho tiempo o supongan un peligro. Por ello, se suele recurrir a un modelo matemático que describa el sistema y aplicar las técnicas de análisis adecuadas para la identificación de un sistema mediante métodos paramétricos.

La identificación es la búsqueda de modelos matemáticos de sistemas a partir de datos experimentales y conocimientos disponibles a priori. Estos modelos deben proporcionar una aproximación fiel al comportamiento del sistema físico subyacente, con el objetivo de estimar parámetros físicos o diseñar algoritmos de simulación, predicción, supervisión o control. El enfoque convencional consiste en formalizar los conocimientos a priori disponibles, recopilar datos experimentales, estimar a continuación la estructura, los parámetros y las incertidumbres de un modelo y, por último, validarlo (o invalidarlo). Este campo teórico multidisciplinar tiene aplicaciones en campos muy diversos.

Para determinar los parámetros de los modelos matemáticos de sistemas dinámicos se utilizan datos experimentales, lo que es un tema clásico en el ámbito de la ingeniería automática. Los modelos derivados de la identificación se denominan modelos de caja negra, cuando se basan poco o nada en el conocimiento físico del proceso considerado.

La identificación de modelos de caja negra ha experimentado un desarrollo considerable durante las tres últimas décadas del siglo XX, tanto en lo que se refiere a nuevas técnicas como a aplicaciones. Durante este periodo, la teoría de la identificación se desarrolló principalmente considerando modelos lineales de tiempo discreto. La caja de herramientas "System Identification" de Matlab desarrollada por L. Ljung ha contribuido en gran medida a la popularidad de estos enfoques.

## **1.2. Antecedentes.**

Hay una serie de publicaciones de referencia de la identificación paramétrica en sistemas de control que resumen la mayor parte de la investigación realizada en este campo, y que son descritas en el capítulo 2. Todos estos trabajos estudian principalmente el problema de la estimación paramétrica de modelos de tiempo discreto. Sin duda, el espectacular avance tecnológico de los microordenadores digitales permite emplear con mayor frecuencia los modelos de tiempo discreto, no solamente por la discretización de los datos adquiridos, sino sobre todo por la facilidad de aplicación del algoritmo de identificación y, a continuación, de control o de diagnóstico preventivo desarrollado a partir del modelo identificado.

La mayoría de las investigaciones sobre identificación de modelos en tiempo discreto se centraban en la estimación paramétrica de modelos en tiempo continuo, por lo que se consideraba que los investigadores eran "analógicos empedernidos" o "gente interesada sólo en casos de libro de texto".

## **1.3. Definición del Problema.**

La estimación del modelo de motores DC es un problema importante en el diseño y control de sistemas electromecánicos. El propósito es obtener una representación matemática que describa el comportamiento dinámico del motor a partir de datos experimentales. Una forma de hacerlo es mediante la identificación paramétrica, que consiste en ajustar un modelo de estructura conocida a los datos mediante un criterio de optimización.

## **1.4. Justificación del Problema.**

El aumento de la potencia de cálculo y de los programas informáticos avanzados con el desarrollo de la tecnología informática ofrece entornos de trabajo adecuados para el análisis de modelos matemáticos, tanto en términos de coste como de facilidad de aplicación. La precisión de los resultados obtenidos a partir de los análisis realizados con modelos matemáticos depende de la validez del modelo utilizado. En la práctica, si el sistema se utiliza en puntos de funcionamiento que pueden considerarse lineales, puede definirse con una estructura de modelo lineal. De este modo, los análisis realizados con reglas matemáticas lineales en modelos que

cumplen normas como la superposición y la homogeneidad resultan muy fáciles de aplicar.

En este trabajo se presenta una metodología para la estimación del modelo de motores DC mediante identificación paramétrica en sistemas SISO usando la herramienta MatLab/Simulink. Se describe el procedimiento para obtener los datos experimentales, el modelo teórico del motor, el método de estimación y los resultados obtenidos. Se analiza la bondad del ajuste y la validez del modelo estimado.

## **1.5. Objetivos del Problema de Investigación.**

### **1.5.1. Objetivo General.**

Analizar la estimación del modelado de motores DC mediante identificación paramétrica en sistemas SISO usando la herramienta MatLab/Simulink

### **1.5.2. Objetivos Específicos.**

- Describir la fundamentación teórica de sistemas de control, máquinas de corriente directa y de la identificación de sistemas.
- Realizar el modelo matemático del motor DC para su implementación en MatLab/Simulink.
- Diseñar la señal de entrada PRBS para la obtención de los parámetros de especificación directa.
- Analizar los resultados obtenidos de la identificación paramétrica para la obtención de la mejor estimación del modelado del motor DC.

## **1.6. Hipótesis.**

La hipótesis para la estimación del modelo del motor de CC mediante la identificación paramétrica en sistemas SISO podría ser la siguiente:

Hipótesis Nula ( $H_0$ ): no existe relación significativa entre la tensión de entrada y la velocidad de salida del motor DC en el sistema SISO. En otras palabras, los parámetros estimados del modelo no son estadísticamente diferentes de cero.

Hipótesis alternativa ( $H_a$ ): existe una relación significativa entre la tensión de entrada y la velocidad de salida del motor DC en el sistema SISO. Los parámetros estimados del modelo son estadísticamente diferentes de cero.

Esta hipótesis constituye la base para llevar a cabo la identificación paramétrica del modelo del motor DC utilizando los datos recogidos del sistema SISO. El objetivo es determinar si los cambios en la tensión de entrada conducen a cambios observables y estadísticamente significativos en la velocidad de salida, lo que indicaría una relación que puede ser modelada y utilizada con fines de control o predicción.

### **1.7. Metodología de Investigación.**

La metodología de la investigación científica se refiere al proceso sistemático que siguen los investigadores para diseñar, realizar y analizar estudios con el fin de generar nuevos conocimientos, validar teorías existentes o resolver problemas concretos. La metodología de la investigación científica garantiza que los estudios se realicen de forma rigurosa, sistemática y reproducible. Implica una serie de pasos bien definidos que ayudan a los investigadores a producir resultados fiables y creíbles, contribuyendo al avance del conocimiento en sus respectivos campos.

En la investigación científica, la investigación descriptiva y explicativa son dos enfoques distintos que se utilizan para abordar diferentes tipos de preguntas y objetivos. Cada enfoque tiene su propia finalidad y enfoque metodológico. A continuación, se describe cada uno de ellos:

Investigación descriptiva: el propósito principal de la investigación descriptiva es describir y caracterizar un fenómeno, una situación o una población de interés. Emplea métodos de recogida de datos como encuestas, cuestionarios, observaciones y análisis de contenido para recopilar información y describir las características y distribuciones de las variables.

La investigación explicativa pretende identificar causas y relaciones entre variables, tratando de responder a la pregunta "¿por qué?". Se centra en la causalidad y emplea métodos cuantitativos y experimentales para establecer relaciones causales. Implica manipular variables independientes para observar su efecto sobre las variables dependientes.

En resumen, el presente trabajo de integración curricular se basa en una investigación descriptiva ya que se centra en describir y caracterizar fenómenos, y además, está basada en una investigación explicativa, que se centra en identificar las relaciones causa-efecto. En función de la naturaleza de la pregunta y los objetivos de la investigación, se puede deducir que el enfoque de investigación es cuantitativo y resulta ser el más adecuado para obtener resultados significativos.

## Capítulo 2: Fundamentación Teórica

### 2.1. Tipos de máquinas de corriente directa (DC).

Las máquinas o motores de corriente continua se dividen en dos grupos, según el modo de excitación de los devanados de control del estator (Rodríguez P., 2017), y son: (a) máquinas de excitación directa, y (b) máquinas de autoexcitación. En el caso de las máquinas de autoexcitación se dividen en tres grupos:

- Máquinas de excitación por derivación
- Máquinas con excitación en serie
- Máquinas con excitación mixta (derivación y en serie)

#### 2.2.1. Máquinas de excitación directa.

La alimentación del devanado de excitación de máquinas de excitación directa se realiza a partir de una fuente de voltaje directa e independiente de la máquina (Nasimba M. & Nasimba, 2018). En los sistemas de control se aplica una función de voltaje a este devanado situado en el interior de la máquina de excitación directa en cualquier instante de tiempo. En la figura 2.1 se muestra el circuito equivalente de una máquina de excitación directa.

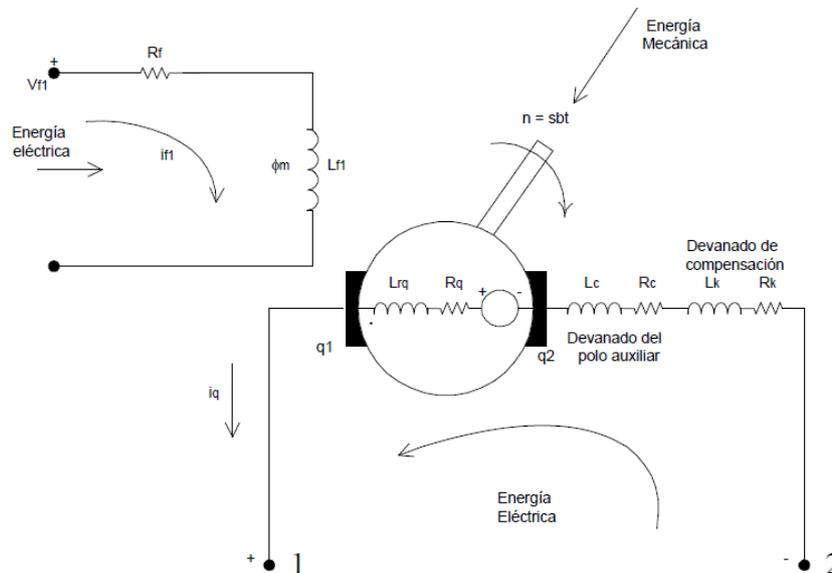


Figura 2. 1: Circuito equivalente de una máquina de excitación directa.

Fuente: Elaborado por Autor.

Este circuito equivalente se obtiene considerando al motor DC como una máquina lineal. La F.E.M. opuesta, que se produce en los devanados del rotor debido

al movimiento, se muestra como una fuente dependiente. El circuito equivalente se dibuja como un generador según la flecha y las direcciones de referencia de la figura 2.1. En el circuito equivalente se indican las constantes/parámetros de los diferentes elementos de bobinado del motor. Por ejemplo,  $L_c$  y  $R_c$  indican los devanados del polo auxiliar, mientras que  $L_k$  y  $R_k$  indican los devanados de compensación. Dado que los devanados de polos auxiliares y de compensación están conectados en serie con el rotor, son los que transmiten la corriente del rotor.

La máquina de excitación directa se utiliza principalmente en sistemas de control retroalimentados e inclusive emplean controles PID. El circuito equivalente de la figura 2.1 también es válido para el funcionamiento como motor, es decir, que sólo la corriente  $i_q$  cambia de sentido.

### **2.2.2. Máquinas excitadas por derivación.**

En la figura 2.2 se muestra el circuito equivalente de la máquina excitada por derivación. Según Tapia-Olvera et al., (2016) existen varias configuraciones de motores de corriente continua, de las cuales una en particular proporciona importantes características de funcionamiento en las que la velocidad del rotor no varía. El circuito equivalente de la máquina está marcado para el funcionamiento de un generador. En términos de conversión de energía, sólo  $i_q$  cambia de dirección. Así, la máquina recibe energía de este circuito y genera energía de su eje. Como se ve en el circuito equivalente, el devanado de excitación está conectado en paralelo al circuito del rotor. Así, el voltaje del devanado de excitación es igual al voltaje aplicado al rotor.

Si una máquina de este tipo se hace girar mediante un accionamiento externo con una velocidad constante  $\omega$ ,  $q_1 - q_2$  se produce una tensión entre las escobillas y una cierta corriente pasa por el devanado de excitación. Aunque no se suministre corriente de excitación desde una fuente externa, las escobillas de la máquina tensión se denomina "autoexcitación". Si se comparan las figuras 2.1 y 2.2, no hay diferencia en los circuitos del rotor del motor, sólo es diferente la conexión de los devanados de excitación.

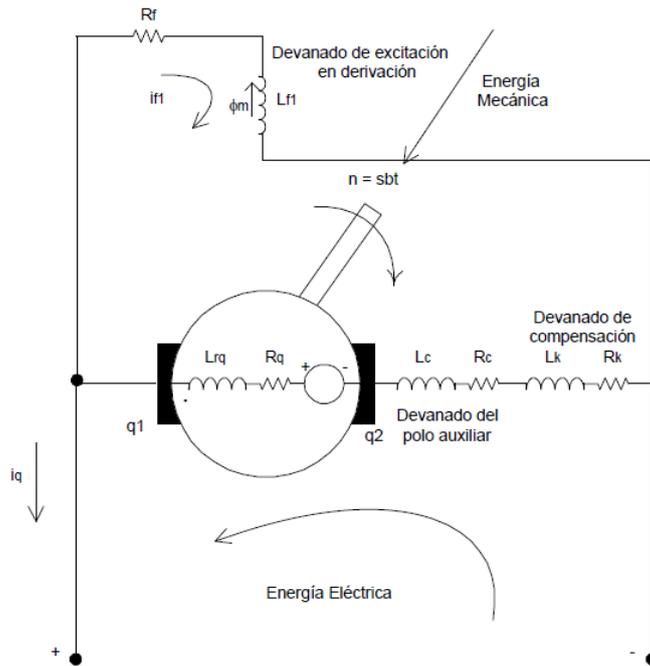


Figura 2. 2: Circuito equivalente de una máquina de excitación por derivación.  
Fuente: Elaborado por Autor.

### 2.2.3. Máquinas con excitación en serie

El esquema eléctrico y el circuito equivalente de la máquina con excitación en serie se muestran en la figura 2.3. En esta máquina, la corriente del rotor pasa exactamente por el devanado de excitación en serie. Como en la máquina shunt, si esta máquina gira a velocidad constante, da una cierta tensión por autoexcitación de los extremos del rotor. (Troncoso M., 2019)

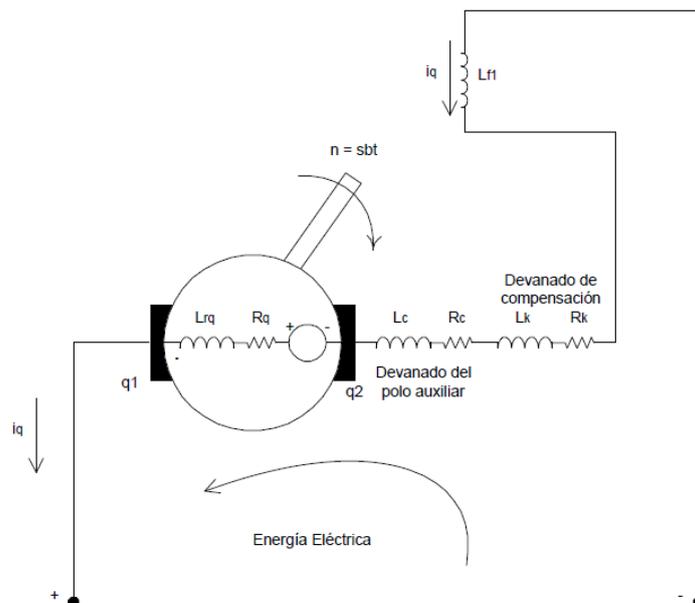


Figura 2. 3: Circuito equivalente de una máquina con excitación en serie.  
Fuente: Elaborado por Autor.

### 2.2.4. Máquinas de excitación mixta.

En la figura 2.4 se muestra el circuito equivalente y el esquema eléctrico de las máquinas con devanados de excitación en serie y en derivación (máquinas compuestas). El devanado de excitación en derivación está conectado en paralelo al circuito del rotor y el devanado en serie está conectado en serie al circuito del rotor (Changoluisa T., 2023). El circuito equivalente se da para el funcionamiento de un generador. Cuando la máquina compuesta gira a velocidad constante, genera voltaje en los extremos del rotor por autoexcitación. En la figura 2.4 las direcciones del bobinado en derivación y del bobinado en serie son las mismas.

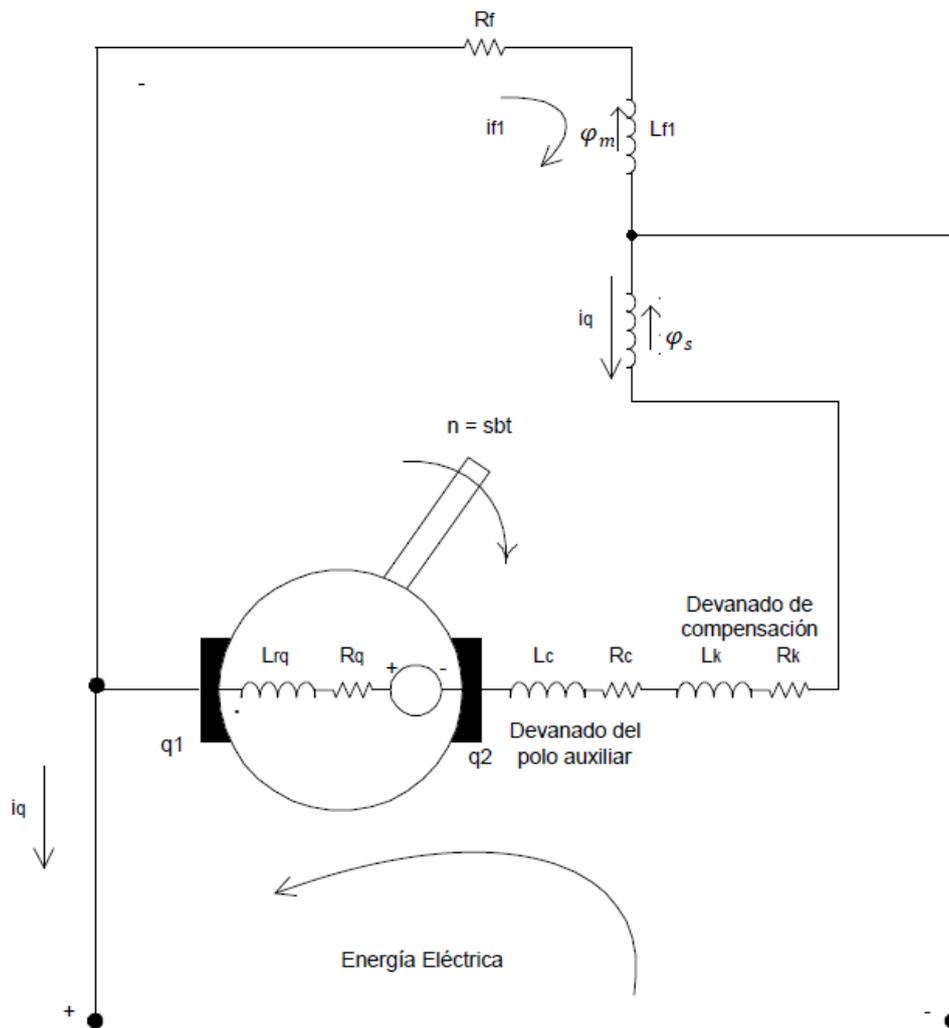


Figura 2. 4: Circuito equivalente de una máquina con excitación en serie.

Fuente: Elaborado por Autor.

Por lo tanto, ambos producen flujo en la dirección del eje d. El flujo total en el eje d es  $\phi_m + \phi_s$ . Este tipo de conexión se denomina "conexión compuesta". Si la dirección del devanado en serie es opuesta a la dirección del devanado en derivación,

el flujo del devanado en serie  $\varphi_s$  es opuesto al flujo del devanado en derivación  $\varphi_m$  y el flujo total del eje d se convierte en  $\varphi_m - \varphi_s$ . Este tipo de conexión se denomina "conexión compuesta inversa".

## 2.2. Principio de funcionamiento de los motores de corriente continua.

El motor de corriente continua es básicamente un convertidor que transforma la energía eléctrica en energía mecánica. En los motores de corriente continua, el flujo de excitación  $\varphi_f$  se genera de dos maneras. La primera se crea con imanes permanentes, tal como se muestra en la figura 2.5(a). En los motores DC de imanes permanentes, el flujo de excitación  $\varphi_f$  también es constante. En el otro, el flujo de excitación  $\varphi_f$  es generado por el devanado de excitación en el lado del estator como se muestra en la figura 2.5(b). Aquí, la corriente de excitación  $I_f$  en el devanado de excitación controla el flujo  $\varphi$ . Cuando se desprecia la saturación magnética en la trayectoria del flujo, se obtiene la fórmula (2.1), donde,  $k_f$  es el coeficiente de excitación proporcional.

$$\varphi_f = k_f I_f \quad (2.1)$$

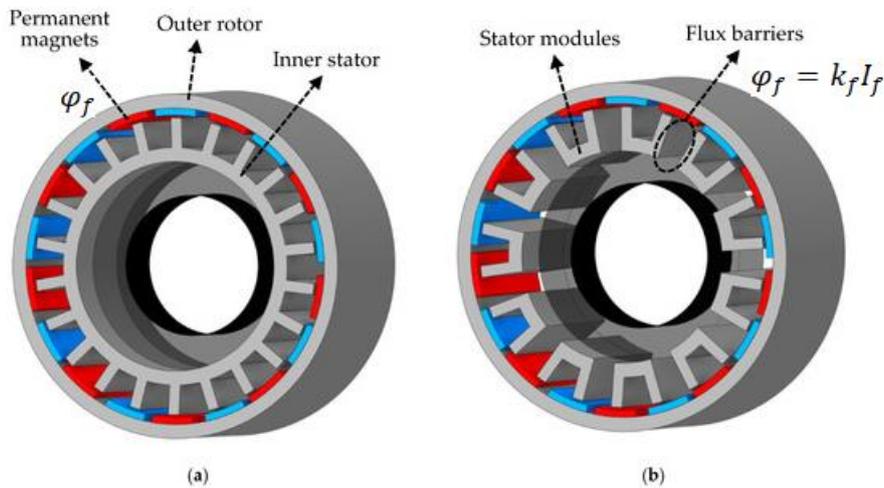


Figura 2. 5: Representación de la estructura del estator de un motor DC.

Fuente: (Riquelme et al., 2023)

El par motor mostrado en la ecuación (2.3) se produce por la interacción del flujo de excitación  $\varphi_f$  y la corriente de inducción  $i_a$ ,

$$T_m = k_m \varphi_f i_a \quad (2.2)$$

$$T_m = k_i i_a \quad (2.3)$$

En la ecuación (2.2),  $k_m$  es el coeficiente de momento del motor. En el circuito de inducido, el voltaje es proporcional a la velocidad angular del eje en presencia del flujo de campo  $\varphi_f$  de los conductores inductores se denomina fuerza electromotriz opuesta y se muestra mediante la ecuación (2.4).

$$e_b = k_e \varphi_f \omega_m \quad (2.4)$$

Aquí,  $k_e$  es la constante del voltaje del motor. La potencia eléctrica se calcula según la fórmula (2.5) y la potencia mecánica según la fórmula (2.6):

$$P_e = e_b i_a = k_e \varphi_f \omega_m i_a \quad (2.5)$$

$$P_m = \omega_m T_m = k_m \varphi_f \omega_m i_a \quad (2.6)$$

En estado estacionario, la potencia mecánica es igual a la potencia eléctrica. Partiendo de la ecuación (2.7) se obtiene la ecuación (2.8).

$$P_e = P_m \quad (2.7)$$

$$k_m = k_e \quad (2.8)$$

### 2.3. Sistemas de control.

Se denomina sistema de control a todo aquel que controla uno o varios parámetros garantizando que el valor medido sea constante y se mantenga en el valor esperado. En general, los sistemas de control se dividen en dos tipos: (1) bucle abierto y (2) bucle cerrado.

#### 2.3.1. Sistemas de bucle abierto.

Se trata de un sistema en que la acción de control no depende de la señal de salida del control, es decir, que se emplea un dispositivo de regulación que permite controlar los procesos de manera directa, sin recurrir a la realimentación. En el caso del control en bucle abierto (ver figura 2.6), el resultado esperado no tiene nada que ver con la señal de control (Gavilánez M., 2022). La siguiente expresión 2.1 representa la función de transferencia del sistema de control de bucle abierto:

$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = C(s)P(s) \quad (2.1)$$

Donde,  $T(s)$  representa a la función de transferencia  $Y(s)/R(s)$ ,  $Y(s)$  representa la señal de salida, y  $R(s)$  la señal de entrada del sistema mostrado por la figura 2.6.  $C(s)$  representa el diseño del controlador (PI, PD, PID, PID inteligente, entre otros), y  $P(s)$  es la planta a controlar.

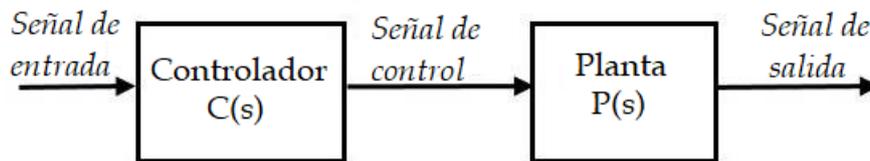


Figura 2. 6: Representación de un sistema de control de bucle o lazo abierto.  
Fuente: (Moysis et al., 2017)

Recurrir a un sistema de lazo abierto puede resultar conveniente, por su sencillez de diseño, ya que las variables de entrada y salida son muy fáciles de medir y permiten realizar análisis en el futuro (Gavilánez M., 2022). Sin embargo, tiene como desventaja que funciona de forma manual y no se realiza de manera automática. En consecuencia, el control de lazo abierto es también denominado control manual.

El estado del arte de los sistemas de control en bucle abierto ha evolucionado significativamente, con la investigación y el desarrollo en curso en diversos campos. He aquí un breve resumen del estado actual de este tipo de sistema de control:

1. Control predictivo: los sistemas de bucle abierto se están mejorando mediante el modelado predictivo, lo que permite una mejor anticipación del comportamiento del sistema y acciones de control más precisas.
2. Aprendizaje automático e inteligencia artificial: los sistemas de control de bucle abierto se están mejorando mediante técnicas de aprendizaje automático e inteligencia artificial, lo que les permite adaptarse y optimizar su rendimiento en función de los datos históricos y los entornos cambiantes.
3. Técnicas de optimización: se están empleando métodos de optimización avanzados para diseñar y ajustar sistemas de control de bucle abierto para mejorar la eficiencia y el rendimiento.
4. Supervisión en tiempo real: los sistemas de bucle abierto se benefician de la supervisión en tiempo real y del análisis de datos para evaluar el rendimiento del sistema e identificar posibles mejoras.

### 2.3.2. Sistemas de bucle cerrado.

El control en bucle cerrado es un sistema donde la regulación depende de las señales de salida que se controlen. Ahora bien, según (Gavilánez M., 2022) a diferencia de un bucle abierto, el control en bucle cerrado funciona por realimentación. Una forma de conceptualizar el uso de la información que nos proporcionan los sensores para controlar los movimientos es considerar los sistemas físicos que utilizan información del entorno en situaciones cotidianas, como los sistemas de calefacción y refrigeración que se usan en casas. (Dorf & Bishop, 2016)

Una realimentación negativa indica que la salida se comporta en dirección opuesta a la entrada. En cambio, una respuesta positiva provoca un efecto de salida en el mismo sentido que el de entrada (Giraldo Buitrago & Giraldo Suárez, 2010). No obstante, la respuesta negativa es la más utilizada en los dispositivos de control en bucle cerrado. La función del controlador en un bucle cerrado radica en establecer una relación entre la señal de salida de la medición y la señal de entrada, y emitir una señal de regulación apropiada basada en la señal de error resultante de la relación y el efecto de la regulación.

La figura 2.7 muestra el diagrama de bloques de un sistema de control de bucle cerrado, en la que los valores,  $C(s)$ ,  $P(s)$  y  $R(s)$ , son valores independientes (fijos). A continuación, se muestran las expresiones matemáticas obtenidas de la figura 2.7.

a. La señal de error  $E(s)$  está definida por:

$$E(s) = R(s) - B(s) \quad (2.2)$$

b. La señal de control  $U(s)$  está dada por:

$$U(s) = C(s)E(s) \quad (2.3)$$

c. La señal retroalimentada  $B(s)$  está definida por:

$$B(s) = Y(s)H(s) \quad (2.4)$$

d. La señal de salida  $Y(s)$  está dada por:

$$Y(s) = U(s)P(s) \quad (2.5)$$

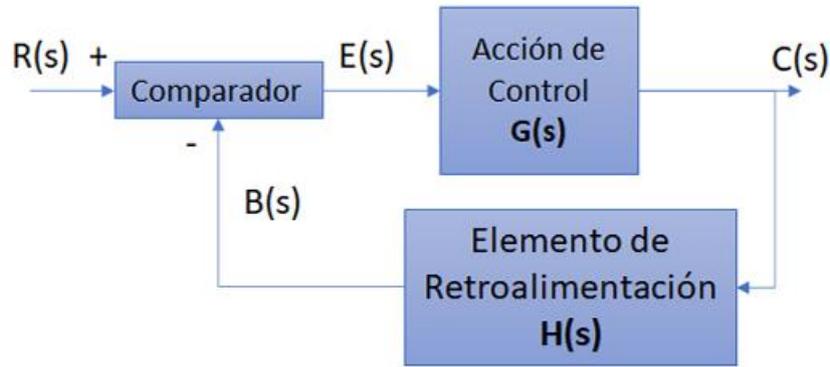


Figura 2. 7: Diagrama de bloque de un controlador de bucle cerrado.  
Fuente: (Amaguaya A., 2021)

Combinando las ecuaciones 2.2, 2.3, 2.4 y 2.4, se calcula la función de transferencia a del sistema definida por la ecuación 2.6.

$$\begin{aligned}
 Y(s) &= C(s)E(s)P(s) \\
 Y(s) &= C(s)P(s)[R(s) - B(s)] \\
 Y(s) &= C(s)P(s)[R(s) - Y(s)H(s)] \\
 Y(s) &= C(s)P(s)R(s) - C(s)P(s)Y(s)H(s) \\
 Y(s) + C(s)P(s)H(s)Y(s) &= C(s)P(s)R(s) \\
 Y(s)[1 + C(s)P(s)H(s)] &= C(s)P(s)R(s) \\
 T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} &= \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)H(s)} \quad (2.5)
 \end{aligned}$$

El estado del arte de los sistemas de control en bucle cerrado ha evolucionado significativamente, con la investigación y el desarrollo en curso en diversos campos. He aquí un breve resumen del estado actual de este tipo de sistema de control:

1. Algoritmos de control avanzados: los sistemas de control modernos utilizan algoritmos sofisticados como el control predictivo de modelos (MPC), el control adaptativo y el control no lineal para gestionar sistemas complejos y no lineales con mayor eficacia.
2. Sistemas de control en red: los sistemas de control de bucle cerrado se integran cada vez más con tecnologías de comunicación en red, lo que permite el control distribuido y el intercambio de datos en tiempo real. Esto permite un control más eficaz y flexible de procesos a gran escala.
3. Detección y diagnóstico de fallos: los sistemas avanzados de control en bucle cerrado incorporan mecanismos de detección y diagnóstico de fallos, lo que

les permite detectar anomalías y fallos en el sistema y tomar medidas correctoras automáticamente.

4. Sistemas multi-agente: se investigan sistemas de control con múltiples agentes o subsistemas que trabajan de forma coordinada para alcanzar objetivos colectivos, como la robótica de enjambre y el control distribuido en vehículos autónomos.
5. Sistemas ciberfísicos (CPS): los CPS suponen la integración de procesos computacionales y físicos, lo que permite a los sistemas de control de bucle cerrado interactuar con el mundo físico de forma más fluida y eficiente.

La figura 2.8 se observan los parámetros que determinan la respuesta al escalón de estado transitorio de sistemas de control lineal.

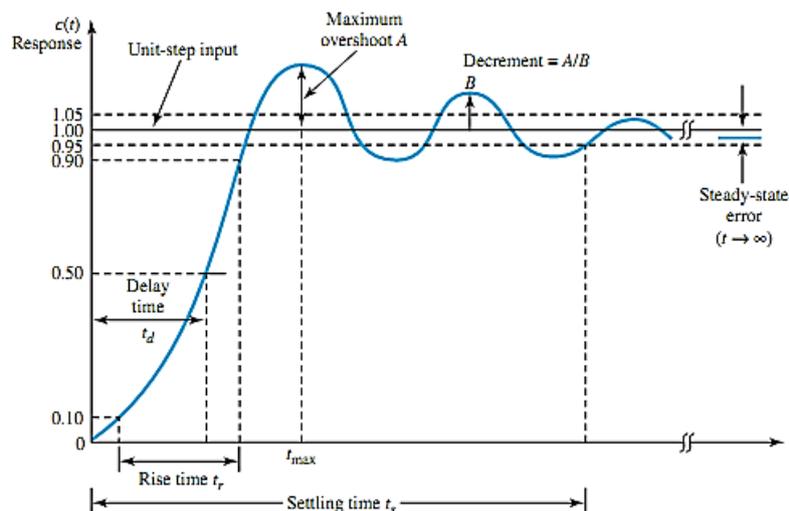


Figura 2. 8: Parámetros de respuesta al escalón de sistemas lineales.

Fuente: (Gavilánez M., 2022)

La respuesta transitoria de un sistema de control lineal describe cómo se comporta el sistema durante el periodo inicial tras una perturbación o un cambio en la entrada. Varios parámetros clave determinan las características de la respuesta transitoria:

1. Constante de tiempo ( $\tau$ ): la constante de tiempo del sistema determina la velocidad a la que el sistema responde a los cambios. Una  $\tau$  menor da lugar a una respuesta más rápida, mientras que una  $\tau$  mayor conduce a una respuesta más lenta.
2. Relación de amortiguación ( $\zeta$ ): es una medida de la amortiguación relativa del sistema o del nivel de oscilación de la respuesta. Afecta a la forma de la curva

de respuesta. Una relación de amortiguamiento más alta da como resultado una menor oscilación y un tiempo de establecimiento más rápido.

3. Frecuencia natural ( $\omega_n$ ): es una medida de la rapidez con la que el sistema oscila en respuesta a una perturbación. Está relacionada con la frecuencia de las oscilaciones no amortiguadas en la respuesta del sistema.
4. Sobreimpulso máximo (A): es el porcentaje en el que la respuesta supera el valor en estado estacionario antes de estabilizarse. Proporciona información sobre la estabilidad del sistema y sobre si presenta un rebasamiento, un subimpulso o una respuesta críticamente amortiguada.
5. Tiempo de estabilización ( $T_s$ ): es el tiempo que tarda la respuesta del sistema en alcanzar y mantenerse dentro de un rango determinado en torno al valor final de estado estacionario. Un tiempo de estabilización menor indica una respuesta más rápida.
6. Tiempo de subida ( $T_r$ ): es el tiempo que tarda la respuesta del sistema en subir desde un determinado porcentaje del valor inicial hasta un determinado porcentaje del valor final. Es un indicador de la rapidez con la que la respuesta alcanza su valor estacionario.
7. Tiempo de pico ( $T_p$ ): es el tiempo que tarda la respuesta en alcanzar su primer pico (rebasamiento máximo) después de aplicar una entrada escalonada.

Estos parámetros suelen utilizarse para analizar y diseñar sistemas de control con las características de respuesta transitoria deseadas. Diferentes aplicaciones pueden requerir diferentes combinaciones de estos parámetros. Por ejemplo, en algunas aplicaciones, como los sistemas críticos, es posible que se busque un tiempo de respuesta rápido con un sobreimpulso mínimo, mientras que en otras puede ser preferible una respuesta más lenta y amortiguada para reducir las oscilaciones.

#### **2.4. Descripción e identificación de señales y sistemas.**

Las señales son funciones que transportan información sobre un estado físico y dependen de una o varias variables. Los sistemas, por su parte, son dispositivos que producen señales con cualidades deseadas o producen salidas específicas en función de las señales de entrada dadas (Apte, 2016). Un sistema es un objeto que contiene

distintos tipos de variables que interactúan entre sí y producen señales observables. Estas señales observables que nos interesan suelen denominarse salidas.

El sistema también se ve influido por señales externas. Estas señales externas se denominan entradas. Las demás se denominan perturbaciones y pueden dividirse en aquellas que se miden directamente y aquellas cuyos efectos sobre la salida sólo pueden observarse (véase la figura 2.9). La distinción entre entradas y perturbaciones medidas suele tener menos importancia para el proceso de modelización. El objetivo de la teoría de sistemas es proporcionar información sobre el comportamiento de los sistemas que existen en la realidad. Describir y analizar el sistema creando modelos que proporcionen información cuantitativa.

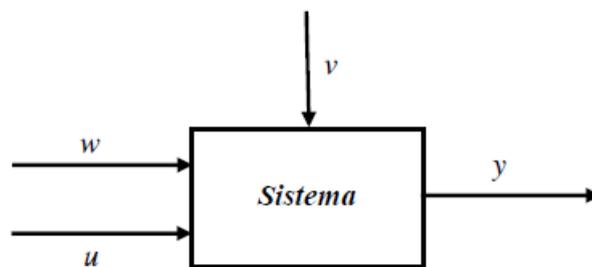


Figura 2. 9: Diagrama de bloques de un sistema con entrada  $u$ , salida  $y$ , efecto perturbador medido  $w$  y efecto perturbador no medido  $v$ .

Fuente: (Keviczky et al., 2019)

En el sentido de la teoría de sistemas, los sistemas que almacenan energía y ceden la energía que almacenan a lo largo del tiempo se definen como sistemas dinámicos. Los sistemas dinámicos también se denominan sistemas con memoria. Si un sistema alcanza un estado de equilibrio sin retardo, la magnitud de salida del sistema depende de la magnitud de entrada en el mismo punto temporal. Tales sistemas se denominan sistemas estáticos o sistemas sin memoria. Los sistemas en los que la reacción del sistema se describe únicamente en función del tiempo, sin tener en cuenta las magnitudes de entrada que actúan sobre el sistema, se denominan sistemas cinemáticos. Los sistemas cuyas magnitudes no forman una ley de movimiento se definen como sistemas de paso aleatorio (véase la figura 2.10).

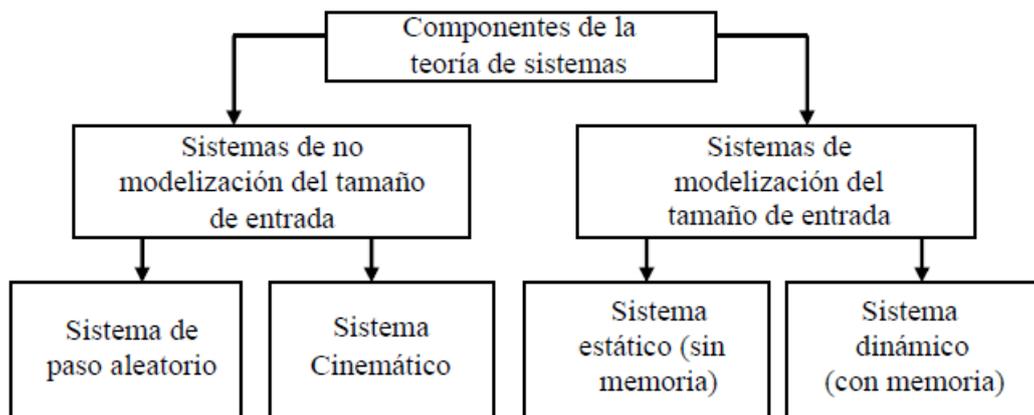


Figura 2. 10: Componentes de la teoría de sistemas.  
Fuente: (Keviczky et al., 2019)

La determinación del modelo matemático del sistema y la determinación de su comportamiento temporal con ayuda de las señales medidas se denomina análisis del sistema. En el análisis de sistemas, el modelo matemático se expresa mediante funciones de transferencia entre las señales de entrada y salida.

Los sistemas dinámicos se clasifican de tres formas diferentes en función del número de señales de entrada y salida (véase la figura 2.11). Si una señal de entrada actúa sobre el sistema y se obtiene una señal de salida como reacción, este sistema se denomina SISO (Single Input Single Output). Si más de una señal de entrada actúa sobre el sistema y éste produce una señal de salida como respuesta, este sistema se denomina MISO (Multiple Input Single Output). Si más de una señal actúa como entrada al sistema y el sistema genera más de una señal de salida como respuesta, este sistema se denomina MIMO (Multiple Input Single Output).

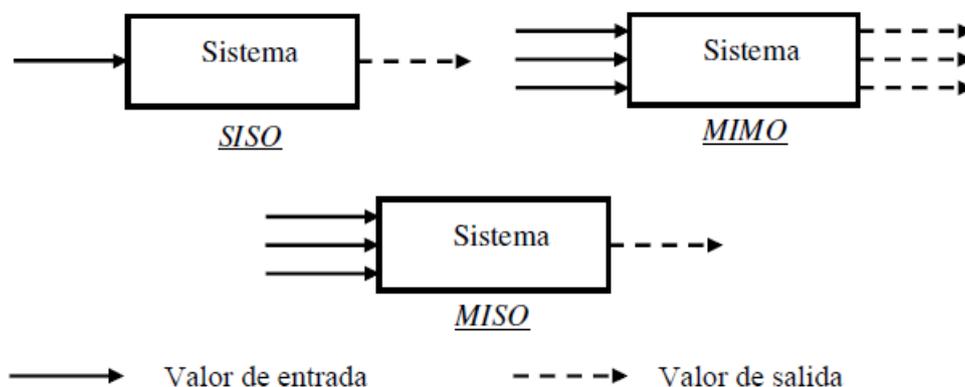


Figura 2. 11: Clasificación de los sistemas dinámicos en función del número de entradas y salidas.

Fuente: (Keviczky et al., 2019)

El análisis de sistemas es el estudio de cómo responde un sistema existente a distintas entradas. En el análisis de sistemas, las señales deben definirse temporalmente. Dependiendo de si la identificación de las señales es una función del tiempo o de la frecuencia, se utiliza la identificación en el dominio del tiempo o en el dominio de la frecuencia. Otra distinción en la descripción de señales depende de la estructura de la señal. Si una señal puede describirse matemáticamente de forma exacta, se denomina señal determinista, si puede describirse matemáticamente de forma indirecta, se denomina señal estocástica.

## 2.5. Identificación de sistemas con modelos paramétricos y no paramétricos

En la identificación de sistemas, se denomina identificación de sistemas a la construcción de la función de transferencia de un sistema dinámico con funciones físico/matemáticas adecuadas. Si tanto las señales de entrada como las de salida pueden determinarse como magnitudes medidas, puede lograrse la identificación del sistema. Para seleccionar una descripción no paramétrica es necesario realizar un estudio preliminar de cómo modelar la función de transferencia, tal como se muestra en la figura 2.12.

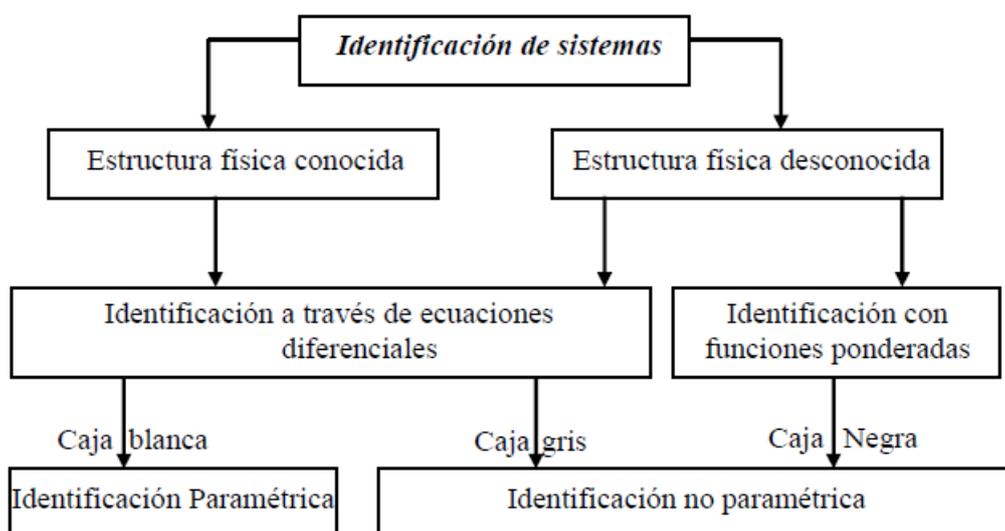


Figura 2. 12: Métodos de identificación de sistemas.

Fuente: (Tangirala, 2015)

### 2.5.1. Modelos paramétricos

Si se supone que la relación física entre las señales de entrada y salida, es decir, el paso a través del objeto o el proceso de transferencia de las señales, o, dicho de

otro modo, la transición de la señal de entrada a la señal de salida es conocida y puede describirse mediante ecuaciones diferenciales, este modelo se denomina modelo paramétrico (modelo estructural). La descripción del sistema se realiza en "caja blanca". Por supuesto, los modelos de caja blanca son una realización del mundo real, como ocurre con todos los modelos.

Las ecuaciones fundamentales de cualquier modelo dinámico de un sistema son las ecuaciones diferenciales de elasticidad dinámica lineal.

$$[K \ D \ M] \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \end{bmatrix} = y(t) \quad (2.9)$$

$y(t)$  es la entrada del sistema, es decir, las fuerzas eficaces afectadas por las perturbaciones.  $x(t)$  y sus derivadas son la salida del sistema, medida en términos geoestacionarios.  $K$ ,  $D$  y  $M$  son matrices que contienen los parámetros de diseño y las características físicas de la estructura en cuanto a rigidez, amortiguación y masa.

Los sistemas de coordenadas se conocen como sistemas de referencia en el contexto del modelo estructural. Las coordenadas son magnitudes intermedias del procedimiento de evaluación. Se denominan parámetros de + estado que forman el vector de estado. Al mismo tiempo, pueden utilizarse parámetros de estado físicos además de las coordenadas. En el sentido de la teoría de sistemas, los parámetros de estado son necesarios para la descripción de la relación real del sistema; estos parámetros conforman el espacio de estados. La investigación de un proceso dinámico con ayuda de un modelo estructural se basa en el análisis del espacio de estados.

Si, en la descripción con sistemas paramétricos, sólo se considera la dependencia temporal del proceso en lugar de sus variables locales, este sistema puede describirse como "parámetros acoplados". En este caso, bastan las ecuaciones diferenciales ordinarias. En la descripción con sistemas paramétricos, si se consideran las variables locales de los parámetros en lugar de la dependencia del tiempo, este sistema debe describirse como "parametrizado a trozos". En este caso son suficientes las ecuaciones diferenciales parciales. Si las ecuaciones diferenciales se establecen

sólo para dominios limitados, las ecuaciones diferenciales parciales pueden sustituirse por ecuaciones diferenciales ordinarias que sean eficaces dentro de este dominio limitado. Estas soluciones, calculadas para determinados dominios, deben combinarse entre sí en una conexión adecuada, satisfaciendo las condiciones de contorno. Estos resultados dan una solución aproximada de las ecuaciones diferenciales originales.

### 2.5.1.1. Modelo autorregresivo con variables eXógenas (ARX).

La identificación de sistemas es una disciplina que se ocupa principalmente del estudio de la estimación de los parámetros de un modelo formulado. Se ha convertido en un área activa de investigación debido a sus numerosas aplicaciones en diversos ámbitos, como el procesamiento de señales, el control y la detección de fallos. Se espera que un algoritmo ideal de identificación de sistemas proporcione estimaciones de parámetros eficientes y coherentes a partir de señales ruidosas de forma automatizada y con una intervención mínima del usuario. Si se conocen con precisión estos parámetros del modelo, se mejorarán varias tareas, como el análisis espectral, el filtrado y el diseño de controladores.

Este trabajo de integración curricular (TIC) aborda el problema de la estimación de un modelo ARX general para sistemas de una sola entrada y una sola salida (SISO), tal y como se muestra en la figura 2.13. según Diversi et al., (2010) los modelos ARX son los más sencillos dentro de la familia de las ecuaciones de error, pero están dotados de muchas ventajas prácticas en lo que respecta tanto a su estimación como a su uso predictivo, ya que sus predictores óptimos son siempre estables. (Diversi et al., 2010)

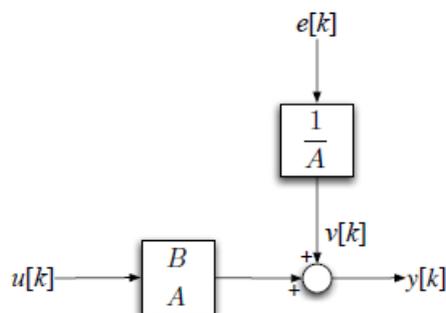


Figura 2. 13: Diagrama esquemático de una estructura ARX.  
Fuente: (Tangirala, 2015)

El modelo autorregresivo con entrada eXógena (ARX) es un tipo de modelo de identificación de sistemas lineales utilizado habitualmente en teoría de control y procesamiento de señales. Es una representación matemática utilizada para describir la relación entre las señales de entrada y salida de un sistema dinámico. El modelo ARX es particularmente útil para modelar y predecir el comportamiento de sistemas lineales invariantes en el tiempo. La forma general de un modelo ARX es:

$$A(q)y(t) = B(q)u(t) + e(t)$$

Donde:

- $y(t)$  es la salida del sistema en el tiempo  $t$ .
- $u(t)$  es la entrada del sistema en el tiempo  $t$ .
- $A(q)$  y  $B(q)$  son polinomios en el operador de desplazamiento hacia atrás  $q^{-1}$ , que representan las relaciones AR (autorregresivas) y de entrada-salida, respectivamente.
- $e(t)$  representa el error de predicción del modelo en el tiempo  $t$ .

El modelo ARX suele especificarse mediante dos parámetros principales:

1. Número de términos AR ( $n_a$ ): representa el número de valores de salida pasados utilizados como entradas en el modelo ARX. Captura la memoria del sistema e influye en la dinámica de la salida.
2. Número de términos X ( $n_b$ ): representa el número de valores de entrada pasados utilizados como entradas en el modelo ARX. Captura la influencia de la entrada del sistema en la salida.

El modelo ARX puede utilizarse para estimar los parámetros de un sistema lineal basado en datos de entrada-salida. Al ajustar el modelo a los datos, pueden determinarse los coeficientes de los polinomios  $A(q)$  y  $B(q)$ , lo que permite predecir y analizar el comportamiento del sistema. Los modelos ARX se utilizan ampliamente para la identificación de sistemas, el diseño de controles y las tareas de predicción en diversos campos, como la ingeniería, la economía y las finanzas. Hay que tener en cuenta que el modelo ARX asume linealidad y estacionariedad en el sistema, lo que puede limitar su aplicabilidad a sistemas con comportamientos complejos no lineales o variables en el tiempo.

### 2.5.1.2. Modelo autorregresivo de media móvil con variables exógenas (ARMAX).

El modelo Autorregresivo de Media Móvil con entrada exógena es una extensión del modelo Autorregresivo con entrada exógena (ARX). Se trata de un método de modelización de series temporales muy utilizado en diversos campos, como los sistemas de control, el procesamiento de señales y la econometría. El modelo ARMAX está diseñado para captar la relación entre las variables de entrada, salida y exógenas (externas) de un sistema.

La forma general de un modelo ARMAX es:

$$A(q)y(t) = B(q)u(t) + C(q)e(t)$$

Donde:

- $y(t)$  es la salida del sistema en el tiempo  $t$ .
- $u(t)$  es la entrada del sistema en el tiempo  $t$ .
- $A(q)$ ,  $B(q)$  y  $C(q)$  son polinomios en el operador de desplazamiento hacia atrás  $q^{-1}$ , que representan las relaciones AR (autorregresivas), entrada-salida, y entrada-error de predicción, respectivamente. La figura 2.14 se observa el diagrama de bloques del modelo paramétrico ARMAX.

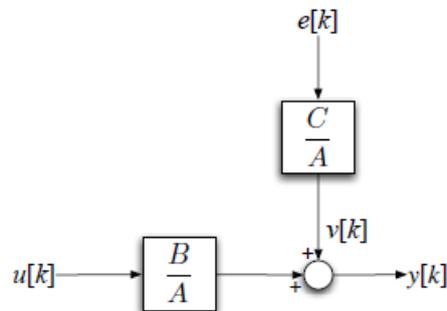


Figura 2. 14: Diagrama esquemático de una estructura ARMAX.

Fuente: (Tangirala, 2015)

El modelo ARMAX no sólo incorpora los valores pasados de las entradas y salidas (como en el modelo ARX), sino también las variables exógenas que pueden influir en el comportamiento del sistema. Las variables exógenas pueden incluir perturbaciones externas, factores ambientales o cualquier otra variable relevante que afecte al sistema. Los parámetros del modelo ARMAX incluyen: (Diversi et al., 2010)

1. Número de términos AR ( $n_a$ ): número de valores de salida pasados utilizados como entradas en el modelo ARMAX.
2. Número de términos X ( $n_b$ ): número de valores de entrada pasados utilizados como entradas en el modelo ARMAX.
3. Número de términos MA ( $n_c$ ): número de valores de error de predicción pasados utilizados como entradas en el modelo ARMAX.
4. Número de términos C ( $n_d$ ): número de valores de entrada exógenos pasados utilizados como entradas en el modelo ARMAX.

El modelo ARMAX permite una mayor flexibilidad a la hora de captar la dinámica de un sistema en comparación con modelos más sencillos como el ARX. Resulta especialmente útil cuando el comportamiento del sistema está influido tanto por sus propios valores pasados como por factores externos. La estimación de los coeficientes de los polinomios  $A(q)$ ,  $B(q)$  y  $C(q)$  implica ajustar el modelo a los datos disponibles mediante técnicas como los mínimos cuadrados o la estimación de máxima verosimilitud.

Los modelos ARMAX se utilizan para diversos fines, como la identificación de sistemas, diseño de sistemas de control y la previsión de series temporales, especialmente en situaciones en las que la influencia de factores externos es significativa.

#### **2.5.1.3. Modelo salida-error (OE).**

El modelo Salida-Error (OE) representa una forma de modelar sistemas dinámicos lineales utilizados en la identificación y simulación de sistemas en diversos campos, por ejemplo, ingeniería de control, procesamiento de señales y análisis de series temporales. El modelo OE permite establecer la relación entre la entrada y salida de un sistema basándose directamente en las variables de entrada y salida pasadas. Este modelo (véase la Figura 2.15) representa una subcategoría del modelo más general ARMAX.

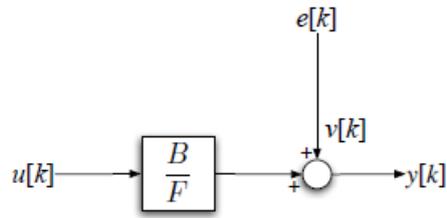


Figura 2. 15: Diagrama esquemático de una estructura OE.  
Fuente: (Tangirala, 2015)

La forma general de un modelo OE es:

$$y(t) = B(q^{-1})u(t) + F(q^{-1})e(t)$$

Donde:

$y(t)$  es la salida del sistema en el tiempo  $t$ .

$u(t)$  es la entrada del sistema en el tiempo  $t$ .

$B(q^{-1})$  es un polinomio en el operador de desplazamiento hacia atrás  $q^{-1}$  que representa la relación entrada-salida.

$F(q^{-1})$  es un polinomio en  $q^{-1}$  que representa la relación ruido-salida (normalmente una entrada de ruido blanco).

$e(t)$  es el ruido de salida en el tiempo  $t$ .

Características clave y puntos para tener en cuenta sobre los modelos OE:

1. Modelado directo de la salida: en comparación a otros modelos que describen el comportamiento del sistema en términos de estados o parámetros de control interactivos, el modelo OE permite modelar de forma directa la salida del sistema basándose en los valores de entrada y salida pasados.
2. Orden del modelo: Es el grado más alto de los polinomios  $B(q^{-1})$  y  $F(q^{-1})$ . Por lo general, la selección de un orden de modelo adecuado implica métodos tales como las técnicas de identificación del sistema o la validación del modelo.
3. Modelado del ruido: el polinomio  $F(q^{-1})$  expresa la relación ruido-salida. En él se representa todo comportamiento dinámico no modelado o las perturbaciones que afectan a la salida. La elección de este polinomio es esencial a fin de obtener un comportamiento preciso del sistema.

4. **Identificación:** estimar los parámetros del modelo OE consiste en emplear información a fin de determinar con exactitud los coeficientes de los polinomios. Generalmente, se consigue por medio de métodos tales como los mínimos cuadrados, la estimación de máxima verosimilitud u otras técnicas de identificación de sistemas.
5. **Aplicación:** aunque los modelos OE se utilizan para diversos fines, entre ellos el modelado de sistemas, la predicción y el diseño de controles, también son útiles para determinar el comportamiento dinámico lineal de los sistemas. Son capaces de representar el comportamiento dinámico lineal de los sistemas y resultan especialmente útiles cuando el modelo físico exacto de un sistema es desconocido o complejo.
6. **Limitaciones:** los modelos OE sólo permiten relaciones lineales y no reflejan los sistemas no lineales complejos. Por otra parte, resulta difícil identificar el orden correcto del modelo y las características del ruido, especialmente con datos ruidosos.

Por lo tanto, los modelos OE permiten modelar y predecir de forma práctica sistemas basados en datos de entrada-salida, por lo que resultan muy útiles en diversas aplicaciones de ingeniería.

#### **2.5.1.4. Modelo Box-Jenkins (BJ).**

El modelo Box-Jenkins, también conocido como modelo de medias móviles autorregresivas integradas (ARIMA), es una técnica de previsión de series temporales muy utilizada en estadística y econometría. Debe su nombre a los estadísticos George Box y Gwilym Jenkins, que desarrollaron esta metodología. El modelo ARIMA está diseñado para analizar y predecir datos de series temporales que presentan tendencias, patrones y estacionalidad. La figura 2.16 muestra el diagrama esquemático del modelo Box-Jenkins.

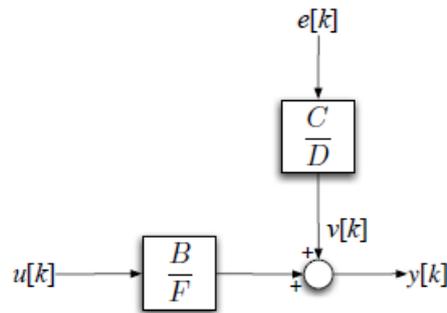


Figura 2. 16: Diagrama esquemático de una estructura Box-Jenkins.  
Fuente: (Tangirala, 2015)

El modelo ARIMA consta de tres componentes principales: autorregresivo (AR), diferencial (I) y media móvil (MA).

1. Componente autorregresivo (AR):

- El componente AR tiene en cuenta la dependencia del valor actual de los valores anteriores de la serie.
- Representa la relación entre el valor actual y un determinado número de valores retardados (anteriores).
- El parámetro "p" en ARIMA (p, d, q) indica el número de términos retardados utilizados en el componente autorregresivo.

2. Componente integrado (I):

- El componente de diferenciación tiene en cuenta la eliminación de tendencias y la estacionariedad de las series temporales.
- La diferenciación consiste en tomar la diferencia entre observaciones consecutivas para eliminar la no estacionariedad y lograr la estacionariedad.
- El parámetro "d" en ARIMA(p,d,q) representa el número de operaciones de diferenciación aplicadas para lograr la estacionariedad.

3. Componente de media móvil (MA):

- El componente MA tiene en cuenta la dependencia del valor actual de los términos de error pasados (residuos).
- Modela la relación entre el valor actual y un determinado número de términos de error pasados.

- El parámetro "q" en ARIMA (p, d, q) representa el número de términos de error retardados utilizados en el componente de media móvil.

La forma general de un modelo ARIMA (p, d, q) puede expresarse como:

$$y(t) = \frac{D(q^{-1})B(q^{-1})}{C(q^{-1})F(q^{-1})} u(t) + \left[1 - \frac{D(q^{-1})}{C(q^{-1})}\right]y(t)$$

El modelo ARIMA se utiliza ampliamente para la previsión de series temporales debido a su capacidad para manejar diversos tipos de datos de series temporales, incluidos los que presentan tendencias, estacionalidad y patrones irregulares. Requiere una estimación de los parámetros y una selección del modelo basado en el análisis de los gráficos de autocorrelación y autocorrelación parcial de los datos. Además, las extensiones de los modelos ARIMA incluyen los modelos ARIMA estacional (SARIMA) y la representación del espacio de estado (ARIMA state-space).

### 2.5.2. Modelos no paramétricos

Si no hay forma de modelizar la estructura geométrica y física de un sistema, la relación entre las señales de entrada y salida sólo puede formularse en términos de análisis de regresión o correlación (modelo de comportamiento). El análisis de series temporales es útil. La identificación del sistema consiste entonces en determinar el coeficiente de regresión/correlación. Normalmente, estos coeficientes o patrones se denominan parámetros, aunque no son parámetros físicos del proceso investigado; están relacionados con las señales de salida y no con las señales de entrada, sin significado físico.

Estos modelos no paramétricos se denominan modelos de "caja negra". Esto significa que la descripción del sistema no está determinada por modelos mecanicistas, sino sólo por mediciones; se trata de una constatación, no de una orientación del modelo. La definición más general de un modelo no paramétrico es un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales. En el caso de una entrada y una salida, esto viene dado por ecuaciones diferenciales ordinarias; que están definidas como,

$$a_n \frac{d^n x}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = b_m \frac{d^m y}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} y}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{dy}{dt} + b_0 y \quad (2.10)$$

Si estas ecuaciones diferenciales se sustituyen por una ecuación en diferencias, se obtiene el llamado modelo "media móvil autorregresivo" (Auto-Regresive Moving Average, ARMA).

$$x_k = a_1 x_{k-1} + a_2 x_{k-2} + \dots + a_n x_{k-n} + b_0 y_k + b_1 y_{k-1} + \dots + b_m y_{k-m} \quad (2.11)$$

Los coeficientes desconocidos  $a_k$  y  $b_k$  son los parámetros que hay que estimar en el procedimiento de identificación. Los valores límite  $m$  y  $n$  indican la persistencia de la memoria; en el momento  $t_k$  este modelo recupera todas las entradas y salidas más allá de estos límites. Aunque estos coeficientes deben tratarse en función del material del sistema y de los parámetros de diseño, es cierto que para este modelo básico no paramétrico la característica pierde su estructura de modelo físicamente significativo para  $n > 3$  y  $m > 0$ . Sin embargo, para  $n \leq 3$  y  $m = 0$  estos parámetros pueden interpretarse físicamente.

En otras palabras, este modelo se denomina "caja gris". Sin embargo, la distinción entre estos distintos modelos -blanco, gris y negro- es gradual y depende de la evaluación de términos como "parámetro" o "estructura física". El modelo ARMA consta de una parte iterativa y otra no iterativa.

$$x_k = \sum_{i=1}^n a_i x_{k-i} + \sum_{j=1}^m b_j x_{k-j} = R_k(x) + N_k(y) \quad (2.12)$$

Para  $m = 0$  este modelo es autorregresivo. La observación real  $x_k$  se considera una combinación lineal de observaciones anteriores y de la entrada actual del sistema  $y_k$ . Para  $n = 0$ , el modelo es no invariante; la salida real del sistema es una combinación lineal de la entrada actual y pasada del sistema. Así pues, los coeficientes  $b_j$  se tratan como multiplicadores del análisis de regresión. El establecimiento de modelos no iterativos (lineales) para observaciones continuas viene dado por la integral de convolución.

$$x(t) = \int_0^{\infty} g(\tau) y(t - \tau) d\tau \quad (2.13)$$

Aquí,  $g(\tau)$  es la función de peso y se utiliza en el análisis de regresión.

## **Capítulo 3:**

### **Diseño, Implementación y resultados**

#### **3.1. Introducción.**

Los dispositivos electromecánicos (motores de corriente continua y alterna) se utilizan ampliamente como motores primarios para sistemas mecánicos y máquinas. En algunos casos en los que se requiere el control de los sistemas mecánicos, se conecta una unidad de control a los motores eléctricos y este tipo de motores se conocen generalmente como motores DC.

Debido a la importancia de los motores DC en los sistemas y procesos, se han publicado estudios de investigación sobre la caracterización, modelización matemática e identificación de parámetros de dispositivos electromecánicos. El modelado y la simulación de sistemas físicos se utilizan ampliamente en ingeniería para comprender mejor las características de los sistemas a fin de controlar el rendimiento de los sistemas y reducir los costos mediante la construcción y prueba de un prototipo en la etapa preliminar en lugar de la máquina exacta.

Cuando la estructura física y los parámetros del motor DC no están disponibles, es posible que no se pueda obtener un modelo matemático que represente el comportamiento del sistema. Para este caso, los parámetros del sistema deben obtenerse mediante un procedimiento de identificación del sistema. Los conceptos de identificación de sistemas son más útiles durante la modificación de sistemas existentes cuando hay poca o ninguna información disponible sobre el sistema existente. La identificación de sistemas lineales es un campo de estudio bastante antiguo y hay muchos métodos disponibles en la literatura.

Sin embargo, la identificación de sistemas no lineales es un tema de interés relativamente nuevo. En sistemas mecánicos con un motor DC, la identificación es un procedimiento que se emplea ocasionalmente para examinar y detectar los parámetros del sistema. La identificación no lineal de motores DC también ha sido de interés en los últimos años, junto con la compensación de no linealidades como la fricción de Coulomb.

La identificación del sistema se realiza a través de modelos lineales y no lineales en cuanto a la linealidad del sistema. Identificación del sistema lineal que la entrada y la salida del sistema establecido con ecuaciones lineales se utiliza principalmente debido a su base teórica avanzada. Sin embargo, muchos sistemas en la vida real tienen comportamientos no lineales. Los métodos lineales pueden ser inadecuados en la identificación de tales sistemas y se utilizan métodos no lineales. En la identificación de sistemas no lineales, la relación entrada-salida del sistema se proporciona a través de afirmaciones matemáticas no lineales como ecuaciones diferenciales, funciones exponenciales y logarítmicas.

### **3.2. Modelado matemático del motor DC e identificación no-paramétrica y paramétrica.**

El presente trabajo de integración curricular se basa en la identificación de sistemas complejos y que simulados en la herramienta de simulación MatLab/Simulink para el modelado de motor DC e identificación no paramétrica, y dos herramientas adicionales, como la interfaz gráfica de usuario de diseño de entrada (Input Design GUI) para el diseño de la señal de entrada PRBS, y System Identification de MathWorks para la identificación paramétrica del sistema propuesto.

#### **3.2.1. Modelado matemático del motor DC.**

La parte más importante de esta sección es el razonamiento físico detrás del concepto de transformar la energía eléctrica en energía mecánica. De hecho, dado que el campo magnético surge de las bobinas del estator, no solo las bobinas del rotor pueden girar con respecto al estator, sino que también el suministro del estator puede girar aumentando el número de bobinas y de una manera más sofisticada. Lo siguiente importante es manejar la representación mecánica del motor.

La Figura 3.1 muestra el modelo físico (circuito equivalente) del motor DC junto con las características eléctricas y de rotación. La Figura 3.2 muestra el motor DC Maxon de 12 V utilizado en esta investigación.

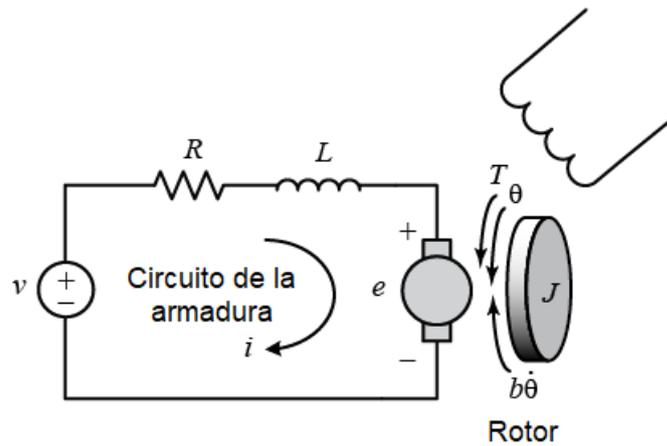


Figura 3. 1: Circuito equivalente para el modelo matemático de un motor DC.  
Fuente: Elaborado por Autor.

El parámetro  $v$  es el voltaje de alimentación de la armadura,  $R$  es la resistencia de la armadura,  $L$  es la inductancia de la bobina de la armadura y  $e$  es el voltaje inducido que se opone al voltaje de alimentación. Es posible equiparar el circuito equivalente del motor en (3.1) mediante la LKV,

$$v - v_R - v_L - e = 0 \quad (3.1)$$



Figura 3. 2: Representación del motor DC MAXON RE35.  
Fuente: Elaborado por Autor.

Los parámetros  $v_R$  y  $v_L$  se pueden reescribir en función de la corriente  $i$ , queda definida en (3.2).

$$L \frac{di}{dt} = -Ri + v - e \quad (3.2)$$

La fuerza contraelectromotriz  $e$  es directamente proporcional a la velocidad del rotor, definida por (3.3):

$$e = K_e \omega = K_e \frac{d\theta}{dt} \quad (3.3)$$

donde  $K_e$  es una constante eléctrica. Finalmente reemplazando la ecuación (3.3) en ecuación (3.2), queda:

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{L} \left( -Ri + v - K_e \frac{d\theta}{dt} \right)$$

Considerando las características mecánicas de la Figura 3.1, donde  $\theta$  es el desplazamiento del rotor,  $T$  es el par electromagnético del motor y de carga,  $J$  es la inercia del motor y  $b$  es la fricción viscosa. Aplicamos la segunda Ley de Newton del rotor (dinámica rotacional), que establece que la suma de los pares del motor debe ser cero, lo que da como resultado (3.4).

$$T - T_\omega = J \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (3.4)$$

donde  $T$  (3.5) es proporcional a la corriente del inducido, y  $T_\omega$  (3.6) es el par originado por el efecto de la fricción viscosa:

$$T = K_t i \quad (3.5)$$

$$T_\omega = b\omega \quad (3.6)$$

Finalmente, queda definida la (3.7):

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{1}{J} \left( K_t i - b \frac{d\theta}{dt} \right) \quad (3.7)$$

En la Tabla 3.1 se muestran los parámetros físicos del modelo matemático del motor DC y que son utilizados en la implementación de este sobre el software MatLab/Simulink. Los parámetros de la Tabla 3.1 son establecidos en el script de MatLab para que sean cargados en el modelo implementado en Simulink.

Tabla 3. 1: Parámetros físicos del modelado de un motor de CC.

Parámetros	Valor
<b>Resistencia (R)</b>	0.01 $\Omega$
<b>Inductancia (L)</b>	0.5 $H$
<b>Momento de inercia del rotor (J)</b>	0.01 $kg \cdot m^2$
<b>constante de fricción del motor (b)</b>	0.10 $Nms$

<b>constante de fuerza electromotriz (<math>K_b</math>)</b>	0.01 V/rad/s
<b>constante de par del motor (<math>K_t</math>)</b>	0.01 Nm/A,

Fuente: Elaborado por Autor.

La Figura 3.3 muestra el modelo implementado en Simulink del motor DC en la que se incluye dos fuentes de perturbación, una a la salida del controlador y otra en salida sistema como ruido de medición.

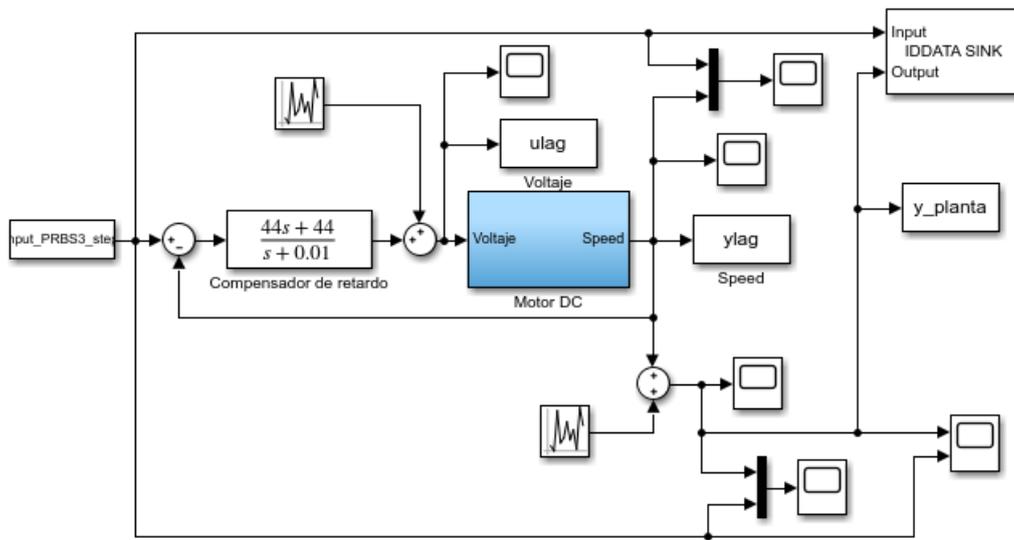


Figura 3. 3: Implementación en Simulink del modelo matemático del motor DC.

Fuente: Elaborado por Autor.

El modelado de sistemas dinámicos es el proceso de desarrollar modelos abstractos de un sistema, y cada modelo presenta una vista o perspectiva diferente de ese sistema. Hay tres categorías de modelado matemático: modelado de caja blanca (físico), modelado de caja gris y modelado de caja negra (experimental). (Guidotti et al., 2019; Ljung, 2001). Si se conocen las leyes físicas que gobiernan el comportamiento del sistema, se denomina modelo de caja blanca en el que todos los parámetros y variables se pueden interpretar en términos de entidades físicas y se conocen todos los parámetros.

En la Figura 3.4, un modelo de caja negra es simplemente la relación funcional entre la entrada y salida del sistema sin ningún conocimiento de su funcionamiento interno. El modelado experimental o de caja negra, también llamado identificación del sistema, se basa en mediciones. Este tipo de modelo es el que se emplea para la identificación del sistema mediante estimación no paramétrica y paramétrica. Las

ventajas del modelado de caja negra son que se desarrollan más fácilmente que los modelos teóricos y son aplicables en una amplia gama de condiciones operativas.

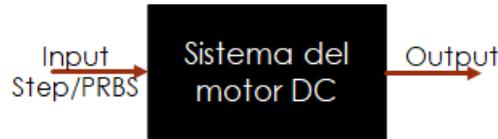


Figura 3. 4: Modelo de caja negra de un motor DC.

Fuente: Elaborado por Autor.

En muchos casos prácticos, a menudo ocurre que uno sabe solo un poco sobre el sistema, es decir, el modelado del sistema se basa en los datos de entrada y salida registrados con algún conocimiento previo sobre el sistema, por ejemplo, la estructura y el orden del sistema. Analizando y extrayendo información del sistema y utilizando los métodos de identificación para el modelo de caja negra, se puede diseñar el modelo de caja gris.

### 3.2.2. Diseño de la señal de entrada PRBS.

En esta sección se procede a calcular los parámetros de especificación directa ( $T_{sw}$ , tiempo de conmutación y el  $n_r$  número de registros de desplazamiento) y de guía de diseño ( $\tau_{dom}^L$ , tiempo dominante bajo y  $\tau_{dom}^H$  tiempo dominante alto). En la Figura 3.5 se muestra la respuesta al escalón del motor DC y el proceso para calcular los parámetros  $\tau_{dom}^L$  y  $\tau_{dom}^H$ , que en este caso resultan del 63% y 95% de la ganancia del sistema propuesto. Las ecuaciones (3.8) y (3.9) nos permiten calcular los parámetros de especificación directa:

$$T_{sw} \leq \frac{2.8\tau_{dom}^L}{\alpha_s} \quad (3.8)$$

$$N_s = 2^{n_r} - 1 \geq \frac{2\pi\beta_s\tau_{dom}^H}{T_{sw}} \quad (3.9)$$

A continuación, se muestran los valores numéricos del tiempo de conmutación y registro de desplazamiento:

$$T_{sw} \leq \frac{2.8\tau_{dom}^L}{\alpha_s} = \frac{2.8(0.18)}{1} = 0.504 \text{ s}$$

$$T_{sw} = 0.5 \text{ s}$$

$$n_r \geq \frac{\log\left(\frac{2\pi\beta_s\tau_{dom}^H}{T_{s\omega}} + 1\right)}{\log 2} \geq \frac{\log\left(\frac{2\pi(4)(0.53)}{0.5} + 1\right)}{\log 2}$$

$$n_r = 5$$

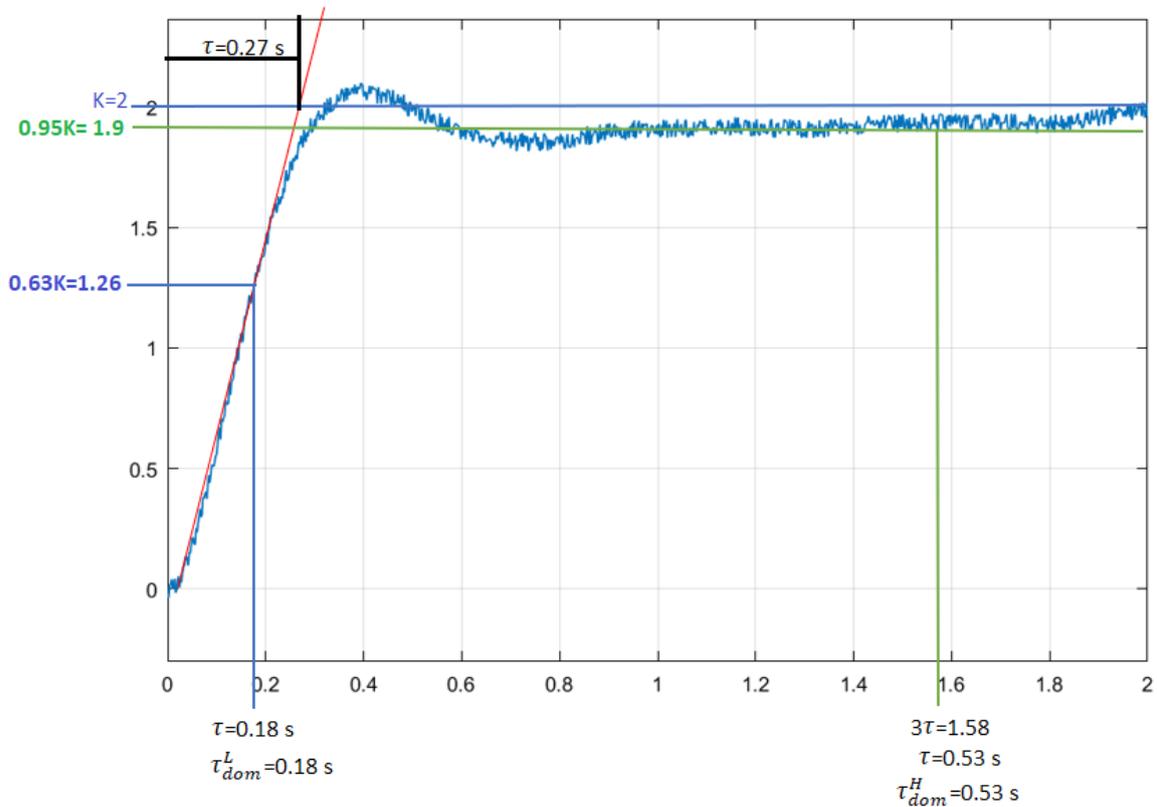


Figura 3. 5: Respuesta al escalón del motor DC y obtención de parámetros de tiempos dominantes bajo y alto.

Fuente: Elaborado por Autor.

### 3.2.3. Identificación no-paramétrica.

Antes de comenzar a estimar modelos no paramétricos, es útil recapitular ciertos puntos relevantes sobre sus usos. Los modelos no paramétricos suelen ser los puntos de partida preferidos en la identificación de sistemas ya que hacen suposiciones mínimas sobre el proceso y no requieren ninguna intervención significativa por parte del usuario. Se sabe que existen tres descripciones importantes, a saber, modelos de respuesta de impulso, paso y frecuencia (Tangirala, 2015). En el presente proyecto la atención se centra en la estimación de la respuesta al impulso mediante análisis de correlación (CRA). Para la estimación no paramétrica se utilizó el modelo implementado en Simulink y el script del algoritmo para identificación mediante CRA.

En los resultados obtenidos se muestra la estimación del sistema de la respuesta real del motor con la estimación.

### 3.2.4. Identificación paramétrica.

La siguiente sección describe las estructuras subyacentes sobre los modelos paramétricos de la identificación de sistema. La Figura 3.6 muestra las estructuras de identificación mediante estimación paramétrica ARX, ARMAX, Output Error (OE) y Box-Jenkins. En la siguiente sección de resultados obtenidos se observará el uso de la herramienta System Identification de MatLab para evaluar la mejor estimación de la respuesta al escalón real.

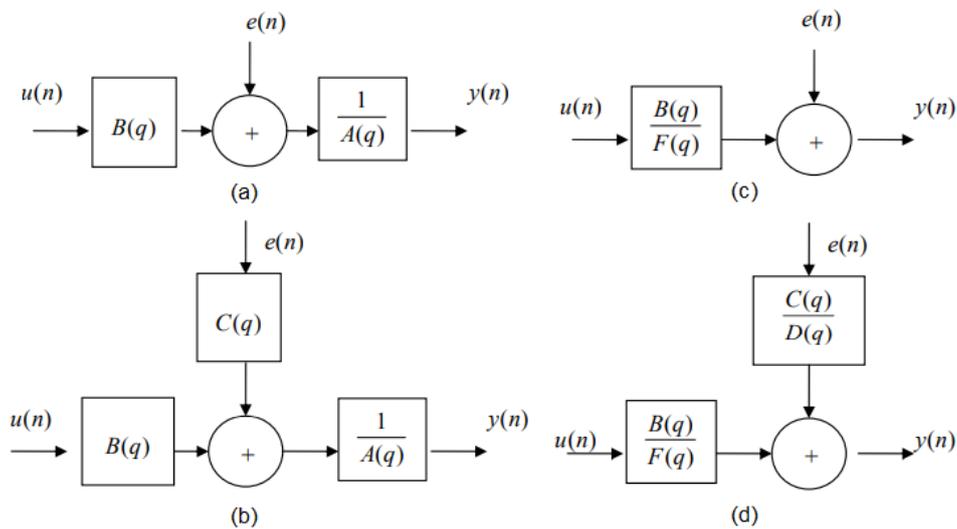


Figura 3. 6: Modelos de estimación paramétrica (a) ARX, (b) ARMAX, (c) Output Error, y (d) Box-Jenkins.

Fuente: Elaborado por Autor.

### 3.3. Análisis de resultados obtenidos.

En esta sección se presentan los resultados obtenidos para las cuatro fases explicadas en la sección 3.2.

#### 3.3.1. Resultados del modelado matemático.

La Figura 3.7 muestra la respuesta al escalón del modelo matemático del motor DC implementado en Simulink

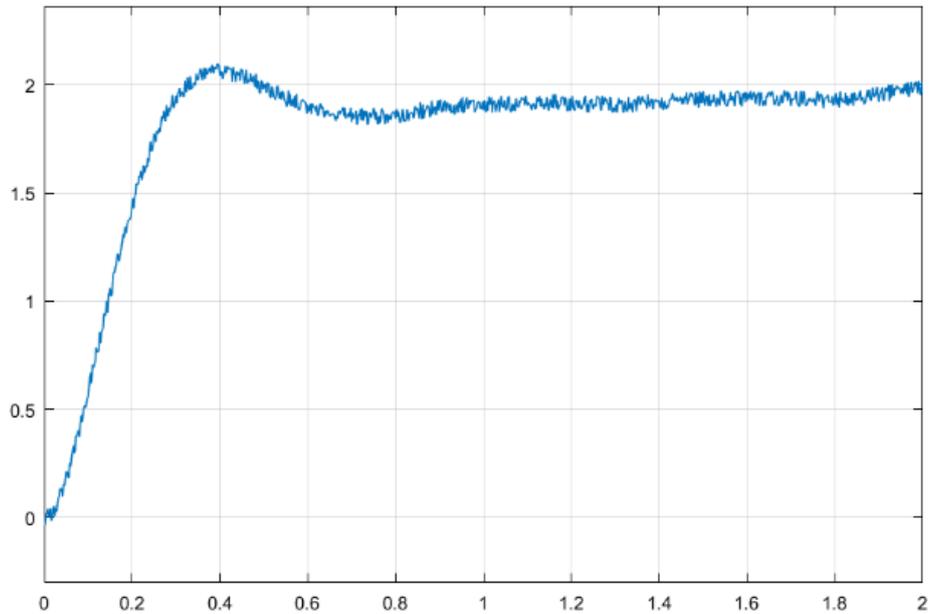


Figura 3. 7: Respuesta al escalón del modelo matemático del motor DC implementado en Simulink de acuerdo con la Figura 3.3.

Fuente: Elaborado por Autor.

### 3.3.2. Resultados del diseño de la señal de entrada PRBS.

En la Figura 3.8 se muestra el ingreso de los parámetros ya obtenidos en la aplicación Input Design GUI y también la Figura 3.9 se muestra la respuesta de la señal de entrada PRBS diseñada a partir de la respuesta al escalón del motor DC (véase los valores de especificación en la sección 3.2.2).

**Pseudo Random Binary Sequence (PRBS)** ?

Inverse Repeat Sequence

Number of Cycles

Direct Specification

Switching Time

Number of Registers

Guideline Specification

$\tau$  dominant

$\alpha$	<input type="text" value="1"/>	$\tau$ low	<input type="text" value="0.18"/>
$\beta$	<input type="text" value="4"/>	$\tau$ high	<input type="text" value="0.53"/>

Figura 3. 8: Ingreso de parámetros para el diseño de entrada PRBS.

Fuente: Elaborado por Autor.

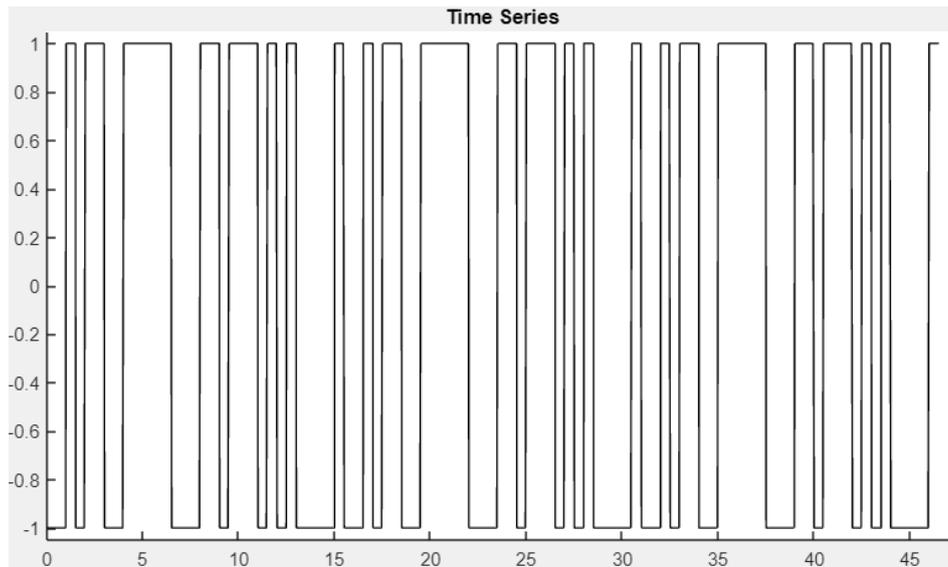


Figura 3. 9: Representación gráfica en series de tiempo del diseño de señal PRBS.  
Fuente: Elaborado por Autor.

En la Tabla 3.2 se muestran los parámetros de diseño de señal de entrada PRBS. En MatLab se evalúa el script para verificar que el diseño de la señal de entrada PRBS (ver Figura 3.8) en el modelo implementado en Simulink sea la misma. En la Figura 3.10 se muestra la señal de entrada PRBS y la respuesta de la planta, que al compararla con la Figura 3.9 se aprecia que es la misma.

Tabla 3. 2: Parámetros para el diseño de señal de entrada PRBS.

Parámetros	Valores
Estimación baja de constante de tiempo dominante ( $\tau_{dom}^L$ )	0.18 s
Estimación alta de constante de tiempo dominante ( $\tau_{dom}^H$ )	0.53 s
Factor del tiempo de asentamiento del proceso ( $\alpha$ )	1
Factor de la velocidad de bucle cerrado ( $\beta$ )	4
Tiempo de muestreo ( $T_s$ )	0.002 s
Tiempo de conmutación ( $T_{sw}$ )	0.50 s
Registro de desplazamiento	5
Ciclos utilizados en la PRBS	3

Fuente: Elaborado por Autor.

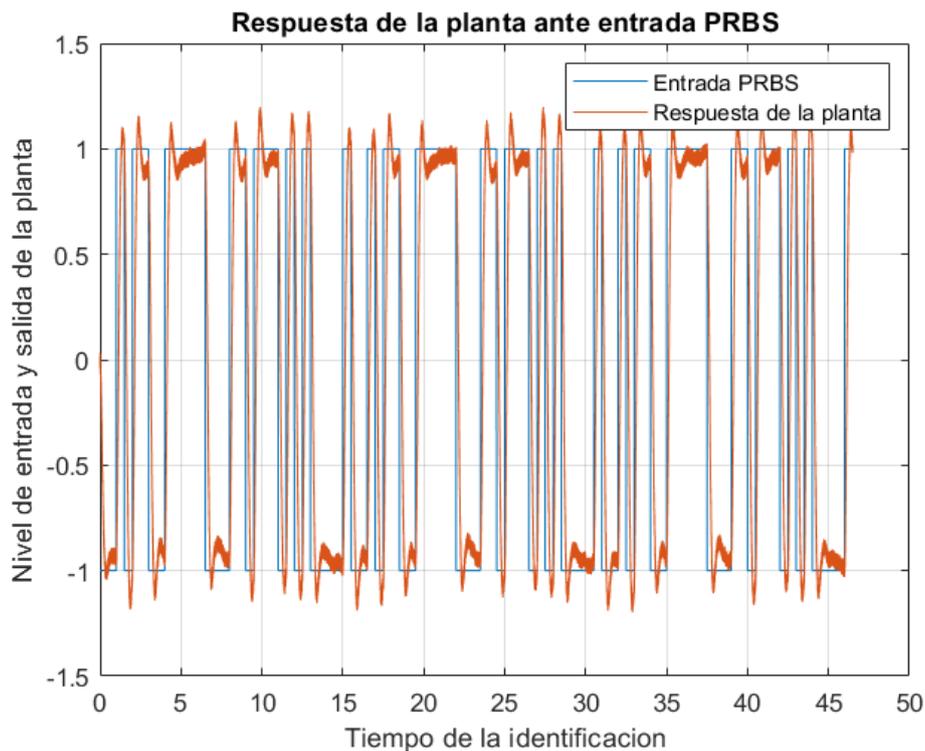


Figura 3. 10: Respuesta de la planta y señal de entrada PRBS simulada en MatLab.  
Fuente: Elaborado por Autor.

### 3.3.3. Resultados de la identificación no-paramétrica.

En la Figura 3.11 se muestra la comparativa de la respuesta real al escalón unitario y la respuesta de estimación mediante análisis de correlación. Se puede observar que la respuesta estimada tiene una muy buena aproximación en ganancia, respuesta transitoria y estabilización con relación a la respuesta real al escalón unitario del modelado de motor DC.

La Figura 3.12 muestra los resultados obtenidos de la función de covarianza para la salida filtrada y para el preblanqueado de entrada, correlación para la entrada y salida (preblanqueada) y la estimación de la respuesta impulsiva mediante el análisis de correlación (CRA). Por ejemplo, en la estimación de respuesta impulsiva los valores por fuera del impulso sometidos a ruido en la salida del controlador y ruido de medición están dentro del intervalo de confianza mientras que el impulso es el único que sobresale

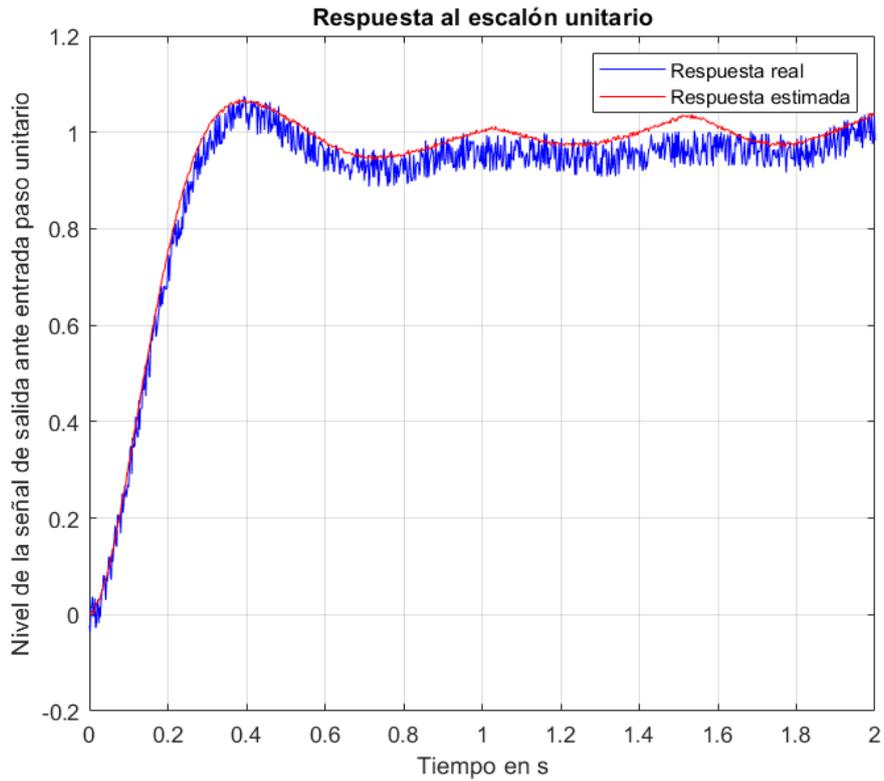


Figura 3. 11: Estimación no paramétrica de la respuesta real y estimada.  
Fuente: Elaborado por Autor.

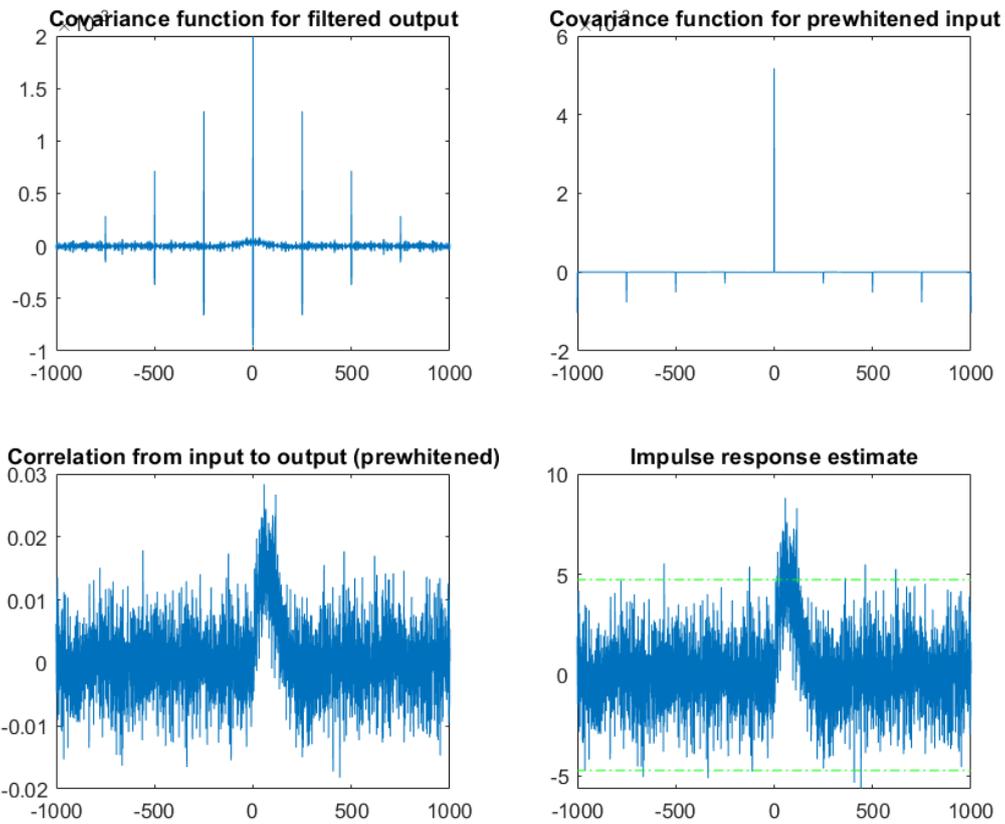


Figura 3. 12: Respuestas de las funciones de covarianza, correlación y respuesta al impulso mediante CRA

Fuente: Elaborado por Autor.

### 3.3.4. Resultados de la identificación paramétrica.

En esta sección se muestra la mejor estimación paramétrica para los diferentes resultados obtenidos de la identificación del sistema propuesta mediante estimación paramétrica a través de los métodos ARX, ARMAX, OE y Box-Jenkins. En la Tabla 3.3 se muestran en resumen los valores de los órdenes de los polinomios de estimación paramétrica para los mejores modelos identificados de las diferentes pruebas experimentales sobre la herramienta System Identification.

Tabla 3. 3: Resumen de los datos obtenidos de los mejores valores de ordenes de estimación paramétrica.

Modelos de estimación paramétrica	$n_a$	$n_b$	$n_c$	$n_d$	$n_f$	$n_k$
ARX	9	8	-	-	-	9
ARMAX	2	2	2	-	-	0
OE (Error de salida)	-	5	-	-	5	4
Box-Jenkins	-	2	1	1	3	0

Fuente: Elaborado por Autor.

En la Tabla 3.4 se muestran los diferentes resultados que se obtuvieron durante las pruebas experimentales en la herramienta System Identification. Se puede observar que la mejor identificación paramétrica es el modelo Box-Jenkins cuyo orden del polinomio es 21130. En las Figuras 3.13 y 3.14 se muestran las salidas del modelo medido y simulado, y el modelo de residuos, respectivamente. La Figura 3.13 muestra los valores de ajuste (FIT) y el del orden del modelo paramétrico BJ (2,1,1,3,0) que resultó ser la mejor estimación ya que tiene el orden del polinomio más bajo. La Figura 3.14 muestra el modelo de residuos y también se puede comprobar que el orden del modelo paramétrico BJ (2,1,1,3,0) se encuentra dentro del intervalo de confianza.

A continuación, se muestra la ecuación del mejor modelo de estimación paramétrico Box-Jenkins (2,1,1,3,0).

$$y(t) = \left[ \frac{B(z)}{F(z)} \right] u(t) + \left[ \frac{C(z)}{D(z)} \right] e(t)$$

$$B(z) = -0.0005976 + 0.001293z^{-1}$$

$$C(z) = 1 - 0.9328z^{-1}$$

$$D(z) = 1 - 0.998z^{-1}$$

$$F(z) = 1 - 0.9849z^{-1} - 0.985z^{-2} + 0.9707z^{-3}$$

Tabla 3. 4: Resumen de los datos obtenidos de los mejores valores de ordenes de estimación paramétrica.

<b>Modelo paramétrico</b>	<b>FIT (%)</b>
ARX (10,10,10)	73.32
ARX (9,9,9)	70.42
ARX (9,8,9)	70.02
ARMAX (2,2,2,1)	95.72
ARMAX (2,2,2,0)	95.71
ARMAX (2,2,2,2)	95.71
OE (5,5,4)	96.69
OE (5,5,5)	96.69
OE (5,5,6)	96.69
BJ (2,2,2,2,0)	95.78
BJ (2,2,1,3,0)	95.60
BJ (2,2,2,2,2)	95.59
BJ (2,1,1,3,0)	95.59

Fuente: Elaborado por Autor.

Para los valores obtenidos y de acuerdo con la elección del mejor modelo de estimación paramétrico, se deduce que existe una relación significativa entre la tensión de entrada y la velocidad de salida del motor DC en el sistema SISO, es decir, que los parámetros estimados del modelo son estadísticamente diferentes de cero. Por lo tanto, la hipótesis alternativa ( $H_a$ ) se cumple, ya que constituye la base para llevar a cabo la identificación paramétrica del modelo del motor DC utilizando los datos recogidos del sistema SISO.

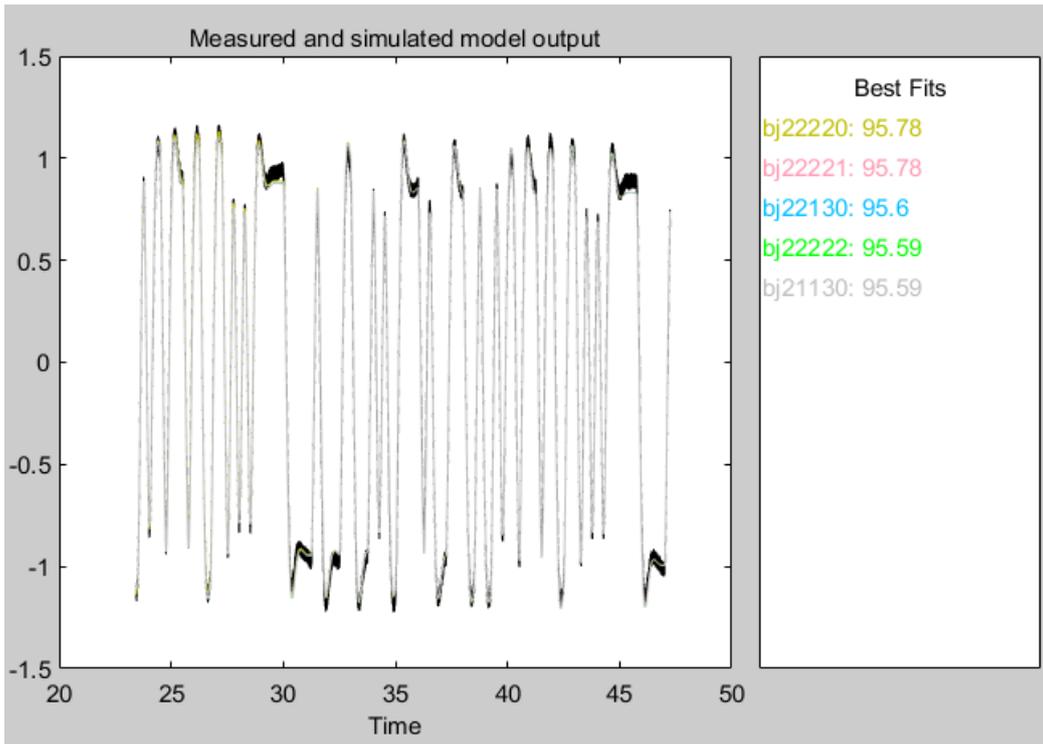


Figura 3. 13: Modelo de salida con la mejor estimación Box-Jenkins (BJ21130).  
Fuente: Elaborado por Autor.

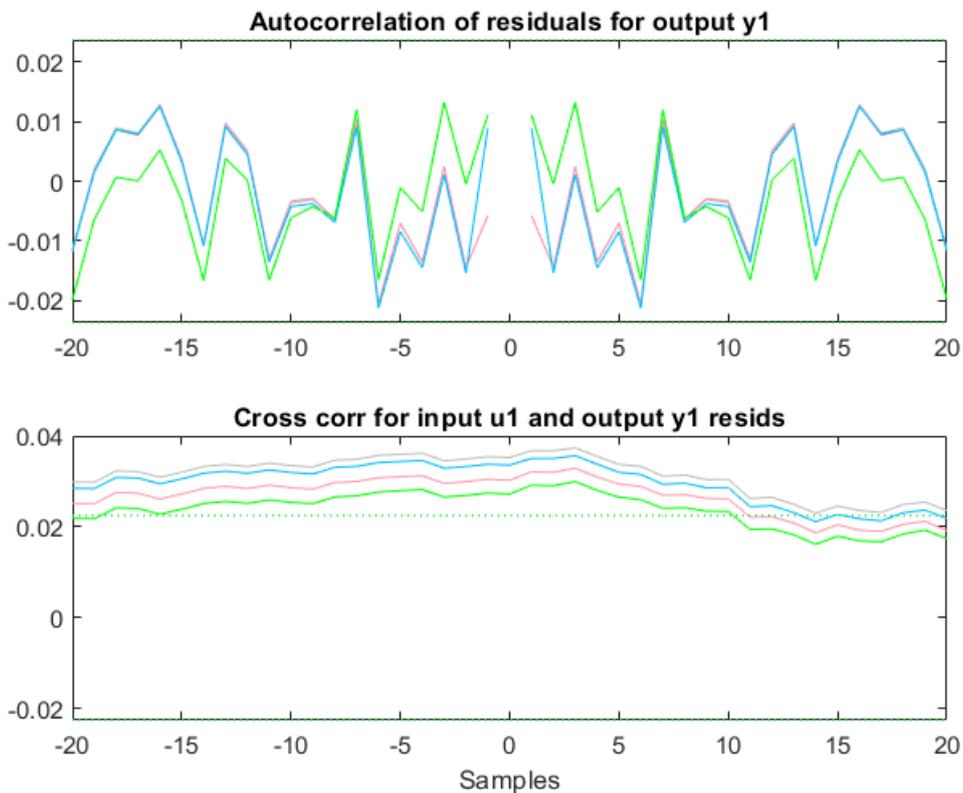


Figura 3. 14: Modelo de residuos de autocorrelación y correlación cruzada para el método Box-Jenkins.  
Fuente: Elaborado por Autor.

## **Conclusiones.**

- En este estudio, aplicamos con éxito técnicas de identificación paramétrica para estimar el modelo del motor de corriente continua dentro de un sistema SISO utilizando la herramienta MatLab/Simulink. El proceso de estimación del modelo implicó la recogida de datos experimentales, el diseño de señales de entrada adecuadas y el empleo de algoritmos de identificación del sistema para determinar los parámetros del modelo.
- Nuestros resultados indican que el modelo estimado del motor de corriente continua captura adecuadamente el comportamiento dinámico del sistema. La precisión del modelo estimado se verificó comparando las respuestas simuladas con los datos experimentales. Los parámetros del modelo, incluyendo las constantes de tiempo del motor, la ganancia y la inercia, se ajustaron estrechamente a las características físicas del motor.
- Además, esta investigación demuestra la eficacia de la herramienta MatLab/Simulink para aplicar técnicas de identificación de sistemas. La sencilla interfaz de la herramienta, su amplia biblioteca de bloques y sus potentes capacidades de simulación facilitaron enormemente el proceso de estimación del modelo.

## Recomendaciones.

Aunque este estudio proporciona una base sólida para la estimación del modelo del motor de CC en sistemas SISO utilizando la identificación paramétrica y la herramienta MatLab/Simulink, existen varias vías para futuras investigaciones y mejoras:

- Validación del modelo: se puede llevar a cabo una validación adicional del modelo estimado del motor de CC en diferentes condiciones de funcionamiento y variando las señales de entrada. Esto mejorará la fiabilidad y adaptabilidad del modelo.
- Efectos no lineales: la consideración de efectos no lineales, como la fricción y la saturación, puede conducir a modelos más precisos que representen mejor el comportamiento del motor en el mundo real.
- Efectos no lineales: la consideración de efectos no lineales, como la fricción y la saturación, puede conducir a modelos más precisos que representen mejor el comportamiento del motor en el mundo real.
- Control adaptativo: el modelo estimado puede integrarse en estrategias de control adaptativo, lo que permite al sistema actualizar continuamente los parámetros de su modelo basándose en datos en tiempo real.
- Sistemas multientrada: ampliar la investigación a los sistemas de múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO) implicaría identificar modelos con múltiples entradas y salidas, lo que presenta nuevos retos y oportunidades.
- Análisis de sensibilidad de los parámetros: investigar la sensibilidad del modelo estimado a las variaciones en los valores de los parámetros puede aportar información sobre la solidez del modelo.
- Técnicas avanzadas de identificación: explorar técnicas de identificación avanzadas, como redes neuronales o modelos difusos, puede mejorar la precisión de la estimación del modelo.
- Pruebas de hardware en bucle: la integración de componentes de hardware reales con la simulación mediante configuraciones Hardware-in-the-Loop (HIL) puede validar el rendimiento del modelo en sistemas físicos.
- Aplicación en control: aplicación del modelo estimado en escenarios de diseño de control para regular el comportamiento del motor y alcanzar los objetivos de rendimiento deseados.

## Bibliografía

- Amaguaya A., J. O. (2021). *Diseño e implementación de sistemas de control de lazo cerrado utilizando MatLab/Simulink* [Trabajo de Titulación, Universidad Católica de Santiago de Guayaquil]. <http://201.159.223.180/bitstream/3317/17218/1/T-UCSG-PRE-TEC-IECA-143.pdf>
- Apte, S. D. (2016). *Signals and Systems: Principles and Applications*. Cambridge University Press.
- Changoluisa T., L. F. (2023). *Diseño e implementación de un sistema de carga tipo rotor generador para incrementar la autonomía en una motocicleta eléctrica* [Trabajo de Titulación, Universidad de las Fuerzas Armadas - ESPE]. <https://repositorio.espe.edu.ec/jspui/bitstream/21000/35221/1/T-ESPEL-MAI-0792.pdf>
- Diversi, R., Guidorzi, R., & Soverini, U. (2010). Identification of ARX and ARMAX Models in the Presence of Input and Output Noises. *European Journal of Control*, 16(3), 242–255. <https://doi.org/10.3166/ejc.16.242-255>
- Dorf, R. C., & Bishop, R. H. (2016). *Modern control systems* (Thirteenth edition). Pearson.
- Gavilánez M., E. B. (2022). *Diseño del controlador PID para el motor de CC de excitación independiente usando simulador MatLab* [Trabajo de Titulación, Universidad Católica de Santiago de Guayaquil]. <http://repositorio.ucsg.edu.ec/bitstream/3317/19184/1/T-UCSG-PRE-TEC-IELE-5.pdf>
- Giraldo Buitrago, D., & Giraldo Suárez, E. (2010). *Teoría de control análogo* (1. ed). Univ. Tecnológica.

- Guidotti, R., Monreale, A., Ruggieri, S., Turini, F., Giannotti, F., & Pedreschi, D. (2019). A Survey of Methods for Explaining Black Box Models. *ACM Computing Surveys*, 51(5), 1–42. <https://doi.org/10.1145/3236009>
- Keviczky, L., Bányász, C., Bars, R., & Hetthéssy, J. (2019). *Control Engineering* (1st ed. 2019). Springer Singapore: Imprint: Springer. <https://doi.org/10.1007/978-981-10-8297-9>
- Ljung, L. (2001). Black-box models from input-output measurements. *IMTC 2001. Proceedings of the 18th IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference. Rediscovering Measurement in the Age of Informatics (Cat. No.01CH 37188)*, 1, 138–146. <https://doi.org/10.1109/IMTC.2001.928802>
- Moysis, L., Azar, A. T., Kafetzis, I., Tsiaousis, M., & Charalampidis, N. (2017). Introduction to Control Systems Design Using Matlab: *International Journal of System Dynamics Applications*, 6(3), 130–170. <https://doi.org/10.4018/IJSDA.2017070107>
- Nasimba M., V., & Nasimba, J. (2018). Análisis de la eficiencia y características del par en función de la velocidad de un motor de corriente continua (c-d) con el campo en derivación. *Revista Publicando*, 5(18), 21.
- Riquelme, D., Madariaga, C., Jara, W., Bramerdorfer, G., Tapia, J. A., & Riedemann, J. (2023). Study on Stator-Rotor Misalignment in Modular Permanent Magnet Synchronous Machines with Different Slot/Pole Combinations. *Applied Sciences*, 13(5), 2777. <https://doi.org/10.3390/app13052777>
- Rodríguez P., M. A. (2017). *Máquinas de corriente continua*. Universidad de Cantabria.
- Tangirala, A. K. (2015). *Principles of system identification: Theory and practice*. CRC Press/ Taylor & Francis Group.

Tapia-Olvera, R., Beltran-Carbajal, F., Aguilar-Mejia, O., & Valderrabano-Gonzalez, A. (2016). An Adaptive Speed Control Approach for DC Shunt Motors. *Energies*, 9(11), 961. <https://doi.org/10.3390/en9110961>

Troncoso M., H. I. (2019). *Estudio del generador de inducción autoexcitado y su control para producir corriente continua regulada* [Informe Proyecto de Título, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso]. [http://opac.pucv.cl/pucv\\_txt/txt-8000/UCC8149\\_01.pdf](http://opac.pucv.cl/pucv_txt/txt-8000/UCC8149_01.pdf)



Presidencia  
de la República  
del Ecuador



Plan Nacional  
de Ciencia, Tecnología,  
Innovación y Saberes



SENESCYT  
Secretaría Nacional de Educación Superior,  
Ciencia, Tecnología e Innovación

## DECLARACIÓN Y AUTORIZACIÓN

Yo, **Baque Manzo, María Luisa** con C.C: 091450950-0 autora del Trabajo de Titulación: **Estimación del modelo de motores DC mediante identificación paramétrica en sistemas SISO usando la herramienta MatLab/Simulink** previo a la obtención del título de **INGENIERA EN ELECTRICIDAD** en la Universidad Católica de Santiago de Guayaquil.

1.- Declaro tener pleno conocimiento de la obligación que tienen las instituciones de educación superior, de conformidad con el Artículo 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior, de entregar a la SENESCYT en formato digital una copia del referido trabajo de titulación para que sea integrado al Sistema Nacional de Información de la Educación Superior del Ecuador para su difusión pública respetando los derechos de autor.

2.- Autorizo a la SENESCYT a tener una copia del referido trabajo de titulación, con el propósito de generar un repositorio que democratice la información, respetando las políticas de propiedad intelectual vigentes.

Guayaquil, 5 de septiembre del 2023

f. \_\_\_\_\_

Nombre: **Baque Manzo, María Luisa**  
C.C: 091450950-0

## **REPOSITORIO NACIONAL EN CIENCIA Y TECNOLOGÍA**

### **FICHA DE REGISTRO DE TESIS/TRABAJO DE TITULACIÓN**

<b>TÍTULO Y SUBTÍTULO:</b>	Estimación del modelo de motores DC mediante identificación paramétrica en sistemas SISO usando la herramienta MatLab/Simulink.		
<b>AUTOR(ES)</b>	Baque Manzo, María Luisa		
<b>REVISOR(ES)/TUTOR(ES)</b>	M. Sc. Palacios Meléndez, Edwin Fernando		
<b>INSTITUCIÓN:</b>	Universidad Católica de Santiago de Guayaquil		
<b>FACULTAD:</b>	Facultad de Educación Técnica para el Desarrollo		
<b>CARRERA:</b>	Ingeniería en Electricidad		
<b>TÍTULO OBTENIDO:</b>	Ingeniera en Electricidad		
<b>FECHA DE PUBLICACIÓN:</b>	5 de septiembre del 2023	<b>No. DE PÁGINAS:</b>	49
<b>ÁREAS TEMÁTICAS:</b>	Máquinas Eléctricas, Sistemas de Control y Controles Eléctricos		
<b>PALABRAS CLAVES/ KEYWORDS:</b>	Control, Lineal, Identificación, Sistemas, Estimación, Modelado		
<b>RESUMEN/ABSTRACT (150-250 palabras):</b>			
<p>Este estudio se centra en la estimación precisa de un modelo de motor de corriente continua dentro de un sistema SISO (Single Input Single Output) utilizando técnicas de identificación paramétrica. La investigación aprovecha las capacidades de la herramienta MatLab/Simulink para implementar el proceso de identificación. La estimación del modelo de un motor DC es una tarea crítica en la ingeniería de control, permitiendo la comprensión y predicción del comportamiento del motor para diversas aplicaciones. La metodología de investigación consiste en recopilar datos experimentales sometiendo el motor de corriente continua a señales de entrada controladas. Estas señales de entrada se diseñan cuidadosamente para obtener una serie de respuestas del sistema del motor. Utilizando algoritmos de identificación de sistemas disponibles en MatLab/Simulink, los datos recogidos se emplean para estimar los parámetros del modelo, que incluyen las constantes de tiempo, la ganancia y la inercia del motor. Los resultados del estudio demuestran el éxito de la estimación del modelo del motor de corriente continua utilizando el enfoque propuesto. La precisión del modelo estimado se valida mediante la comparación con datos experimentales. Las respuestas simuladas coinciden estrechamente con el comportamiento observado del sistema motor, lo que confirma la fiabilidad del modelo estimado.</p>			
<b>ADJUNTO PDF:</b>	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO	
<b>CONTACTO CON AUTOR/ES:</b>	<b>Teléfono:</b> +593 99 783 8041	E-mail: <a href="mailto:mlbaquem@gmail.com">mlbaquem@gmail.com</a>	
<b>CONTACTO CON LA INSTITUCIÓN: COORDINADOR DEL PROCESO DE UTE</b>	<b>Nombre:</b> Ubilla González, Ricardo Xavier		
	<b>Teléfono:</b> +593 99 952 8515		
	E-mail: <a href="mailto:ricardo.ubilla@cu.ucsg.edu.ec">ricardo.ubilla@cu.ucsg.edu.ec</a>		
<b>SECCIÓN PARA USO DE BIBLIOTECA</b>			
<b>Nº. DE REGISTRO (en base a datos):</b>			
<b>Nº. DE CLASIFICACIÓN:</b>			
<b>DIRECCIÓN URL (tesis en la web):</b>			