



UNIVERSIDAD CATÓLICA  
DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL

SISTEMA DE POSGRADO

MAESTRÍA EN TELECOMUNICACIONES

TÍTULO DE LA TESIS:

Contribución de las técnicas de procesamiento digital de señales en el  
diseño de filtros digitales

Previa la obtención del Grado Académico de Magíster en  
Telecomunicaciones

ELABORADO POR:

Ing. Miguel Armando Heras Sánchez

Octubre 2013



UNIVERSIDAD CATÓLICA  
DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL

## SISTEMA DE POSGRADO

### CERTIFICACIÓN

Certificamos que el presente trabajo fue realizado en su totalidad por Magíster Miguel Armando Heras Sánchez como requerimiento parcial para la obtención del Grado Académico de Magíster en Telecomunicaciones.

Guayaquil, a los 7 días de Octubre año 2013

### DIRECTOR DE TESIS

---

MSc. Ing. Manuel Romero Paz

### REVISORES:

---

MsC. Edwin Palacios Meléndez

---

MsC. Luis Córdova Rivadeneira

### DIRECTOR DEL PROGRAMA

---

MsC. Manuel Romero Paz



UNIVERSIDAD CATÓLICA  
DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL

## SISTEMA DE POSGRADO

### DECLARACIÓN DE RESPONSABILIDAD

YO, Miguel Armando Heras Sánchez

#### DECLARO QUE:

La tesis “Contribución de las técnicas de procesamiento digital de señales en el diseño de filtros digitales”, previa a la obtención del grado Académico de Magíster, ha sido desarrollada en base a una investigación exhaustiva, respetando derechos intelectuales de terceros conforme las citas que constan al pie de las páginas correspondientes. Consecuentemente este trabajo es de mi total autoría.

En virtud de esta declaración, me responsabilizo del contenido, veracidad y alcance científico de la tesis del Grado Académico en mención.

Guayaquil, a los 7 días de Octubre año 2013

EL AUTOR

---

Miguel Armando Heras Sánchez



UNIVERSIDAD CATÓLICA  
DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL

## SISTEMA DE POSGRADO

### AUTORIZACIÓN

YO, Miguel Armando Heras Sánchez

Autorizo a la Universidad Católica de Santiago de Guayaquil, la publicación, en la biblioteca de la institución de la Tesis de Maestría titulada: "Contribución de las técnicas de procesamiento digital de señales en el diseño de filtros digitales", cuyo contenido, ideas y criterios son de mi exclusiva responsabilidad y total autoría.

Guayaquil, a los 7 días de Octubre año 2013

EL AUTOR

---

Armando Heras Sánchez

## **Dedicatoria**

El presente trabajo va dedicado a Dios por sus bendiciones en todo momento de mi vida, a mis padres por su apoyo incondicional, a mi esposa y a mi hija por su amor y dedicación.

## **Agradecimientos**

A la Universidad Católica de Santiago de Guayaquil que me supo abrir sus puertas, al programa de Maestría en Telecomunicaciones por la colaboración prestada al presente trabajo de intervención, al Ing. Manuel Romero Paz Director de Tesis y a mis maestros que con sus sabias experiencias supieron guiarme por el camino del saber.

## ÍNDICE GENERAL

<i>Resumen</i> .....	13
<i>Abstract</i> .....	14
<i>Capítulo 1: Descripción del proyecto de intervención</i> .....	15
1.1. Antecedentes.....	15
1.2. Definición del problema.....	16
1.3. Objetivos.....	16
1.4. Hipótesis.....	16
1.5. Tareas.....	17
1.6. Metodología de investigación.....	17
<i>Capítulo 2: Estado del Arte del Procesamiento Digital de Señales</i> .....	19
2.1. Introducción.....	19
2.2. Orígenes del procesamiento digital de señales.....	19
2.3. Algunas aplicaciones del PDS.....	22
2.3.1. Aplicaciones en Telecomunicaciones.....	23
2.3.2. Procesamiento de audio.....	32
2.3.3. Detección de ecos.....	35
2.3.4. Procesamiento de imágenes.....	36
2.4. Señales.....	38
2.4.1. Señales en tiempo continuo y discreto.....	40
2.4.2. Señales periódicas y no periódicas.....	42
2.4.3. Señales par e impar.....	46
<i>Capítulo 3: Filtros Digitales en MatLab</i> .....	49
3.1. Introducción a MatLab.....	49
3.2. Breve historia de MatLab.....	50
3.3. Librería de Aplicaciones de MATLAB.....	51
3.3.1. Signal Processing Toolbox.....	51
3.3.2. The MatLab C Math Library.....	52
3.3.3. The MatLab Compiler Toolbox.....	53
3.3.4. Symbolic Math Toolbox.....	53
3.3.5. Image Processing Toolbox.....	53
3.4. Descripción del Diseño de Filtros Digitales.....	55
3.5. Filtrado digital de señales.....	56

3.6.	Causalidad y sus implicaciones .....	60
3.7.	Filtros de respuesta de impulso finita. (FIR) .....	64
3.7.1.	Diseño de Filtros FIR por el método de ventanas.....	69
3.7.2.	Diseño de Filtros óptimos.....	71
3.8.	Filtros de respuesta impulsional infinita a partir de filtros analógicos. (IIR) .....	73
3.8.1.	Diseño por aproximación de derivadas.....	75
3.8.2.	Diseño por invarianza impulsional.....	76
3.8.3.	La transformada $z$ adapta.....	77
3.8.4.	Diseño por transformación bilineal.....	78
<i>Capítulo 4. Implementación de aplicaciones de Filtros FIR e IIR. ....</i>		<i>79</i>
4.1.	Filtros FIR.....	79
4.1.1.	Filtro FIR por el método de la Ventana de Kaiser.....	80
4.1.2.	Filtro FIR por el método del algoritmo Parks-McClellan. ....	82
4.2.	Filtros IIR .....	85
4.2.1.	Filtro IIR - Butterworth .....	85
4.2.2.	Filtro IIR – Chebyshev Tipo I.....	88
4.2.3.	Filtro IIR – Chebyshev Tipo II.....	91
4.2.4.	Filtro IIR – Elíptico. ....	93
<i>Capítulo 5: Conclusiones y Recomendaciones.....</i>		<i>97</i>
5.1.	Conclusiones.....	97
5.2.	Recomendaciones. ....	97
<i>Bibliografía.....</i>		<i>99</i>

## ÍNDICE DE FIGURAS

### Capítulo 2: Estado del Arte del Procesamiento Digital de Señales

Figura 2. 1: Aplicaciones de PDS en ciencias e ingenierías. (Smith, 2003) .....	21
Figura 2. 2: Ventas mundiales para aplicaciones de PDS en ciencias e ingenierías.....	22
Figura 2. 3: Aplicaciones de PDS en ciencias e ingenierías. (Smith, 2003) .....	22
Figura 2. 4: Multiplexación en tiempo. ....	24
Figura 2. 5: Diagrama esquemático de un circuito telefónico minimizado. ....	26
Figura 2. 6: Eliminación del eco para redes de telecomunicaciones a larga distancia.....	27
Figura 2. 7: Generador de ruido del LaPSyC. ....	28
Figura 2. 8: Equipo cancelador del LaPSyC.....	28
Figura 2. 9: Diseño esquemático del prototipo para generador de ruido y cancelador.....	29
Figura 2. 10: Espectro de la señal de cancelamiento. ....	29
Figura 2. 11: Diagrama del sistema de compresión de video.....	30
Figura 2. 12: Diagrama del decodificador asociado al codificador.....	32
Figura 2. 13: Grabación de un CD mediante el procesamiento de una señal de audio.....	33
Figura 2. 14: Reproducción del CD como una señal de audio. ....	34
Figura 2. 15: Diagrama de bloques del funcionamiento de un radar.....	35
Figura 2. 16: Imágenes procesadas digitalmente.....	37
Figura 2. 17: Funcionamiento de un sistema para imágenes médicas. ....	38
Figura 2. 18: Señal en tiempo continuo.....	41
Figura 2. 19: Señal en tiempo discreto. ....	41
Figura 2. 20: Ejemplos de señales en tiempo continuo y discreto. ....	42
Figura 2. 21: Función sinusoidal en el dominio del tiempo. ....	43
Figura 2. 22: Diferentes formas de onda: Seno, cuadrada, rectangular y diente de sierra. ....	44

Figura 2. 23: Señal aperiódica discreta en el tiempo. ....	46
Figura 2. 24: Señal par en tiempo continuo. ....	46
Figura 2. 25: Señal impar en tiempo continuo. ....	47
Figura 2. 26: Señal impar en tiempo continuo. ....	48

### Capítulo 3: Filtros Digitales en MatLab

Figura 3. 1: Gráfica en 3 D. ....	50
Figura 3. 2: Ventana de inicio de MatLab. ....	50
Figura 3. 3: Ventana del Toolbox para procesamiento de señales. ....	51
Figura 3. 4: Diagrama de bloque para un filtro digital. ....	57
Figura 3. 5: Respuesta espectral de un filtro real pasa bajas. ....	63
Figura 3. 6: Métodos para el diseño de filtros. ....	64
Figura 3. 7: Sistema para la supervisión de la presurización Monitronix .....	68
Figura 3. 8: Gráfica del método de la ventana en el dominio del tiempo. .....	70
Figura 3. 9: Gráfica del método de la ventana en el dominio de la frecuencia. ....	71
Figura 3. 10: Mapeo de aproximación de derivadas entre los planos $s$ y $z$ . ....	76
Figura 3. 11: Mapeo de varianza impulsional entre los planos $s$ y $z$ . ....	77
Figura 3. 12: Mapeo bilineal entre los planos $s$ y $z$ . ....	78

### Capítulo 4: Implementación de aplicaciones de Filtros FIR e IIR.

Figura 4. 1: Programa para el diseño de Filtros FIR por el método de la ventana Kaiser. ....	80
Figura 4. 2: Respuestas en magnitud y frecuencia de Filtros FIR mediante la ventana Kaiser. ....	81
Figura 4. 3: Respuesta en impulso de Filtros FIR mediante la ventana Kaiser. ....	82
Figura 4. 4: Gráfica de Polos y Ceros de Filtros FIR mediante la ventana Kaiser. ....	82
Figura 4. 5: Programa para el diseño de Filtros FIR mediante el algoritmo Parks-McClellan. ....	83

Figura 4. 6: Respuestas en magnitud y frecuencia de Filtros FIR mediante el algoritmos Parks-McClellan.....	84
Figura 4. 7: Respuesta en impulso de Filtros FIR mediante el algoritmo Parks-McClellan. ....	84
Figura 4. 8: Gráfica de Polos y Ceros de Filtros FIR mediante el algoritmo Parks-McClellan.....	85
Figura 4. 9: Programa para el diseño de Filtros IIR – Butterworth.....	86
Figura 4. 10: Respuestas en magnitud y frecuencia del Filtro pasa bajo IIR – Butterworth.....	87
Figura 4. 11: Respuesta en impulso de Filtros pasa bajo IIR – Butterworth. ....	87
Figura 4. 12: Gráfica de Polos y Ceros de Filtros IIR – Butterworth.....	88
Figura 4. 13: Programa para el diseño de Filtros IIR – Chebyshev Tipo I. ....	89
Figura 4. 14: Respuestas en magnitud y frecuencia del Filtro pasa bajo IIR – Chebyshev Tipo I.....	89
Figura 4. 15: Respuesta en impulso de Filtros pasa bajo IIR – Chebyshev Tipo I. ....	90
Figura 4. 16: Gráfica de Polos y Ceros de Filtros IIR – Chebyshev Tipo I. ....	90
Figura 4. 17: Programa para el diseño de Filtros IIR – Chebyshev Tipo II. ....	91
Figura 4. 18: Respuestas en magnitud y frecuencia del Filtro pasa bajo IIR – Chebyshev Tipo II.....	92
Figura 4. 19: Respuesta en impulso de Filtros pasa bajo IIR – Chebyshev Tipo II. ....	93
Figura 4. 20: Gráfica de Polos y Ceros de Filtros IIR – Chebyshev Tipo II. ....	93
Figura 4. 21: Programa para el diseño de Filtros IIR – Elíptico.....	94
Figura 4. 22: Respuestas en magnitud y frecuencia del Filtro pasa bajo IIR – Elíptico.....	95
Figura 4. 23: Respuesta en impulso de Filtros pasa bajo IIR – Elíptico. ....	95
Figura 4. 24: Gráfica de Polos y Ceros de Filtros IIR – Elíptico. ....	96

## ÍNDICE DE TABLAS

### Capítulo 2: Estado del Arte del Procesamiento Digital de Señales

Tabla 2. 1: Características técnicas de sistemas LP y CD.....	33
Tabla 2. 2: Características de señales digitales y analógicas. (Alvarado Moya, 2011) .....	39

### Capítulo 3: Filtros Digitales en MatLab

Tabla 3. 1: Simetrías de filtros FIR de fase inicial.....	68
Tabla 3. 2: Funciones empleadas como ventanas. ....	69
Tabla 3. 3: Descomposición de Filtros en $P(\omega)$ y $Q(\omega)$ .....	72

## Resumen

El propósito del presente trabajo de Maestría es contribuir con técnicas de procesamiento digital de señales específicamente en el diseño de filtros digitales (FIR e IIR) capaz de obtener respuestas en magnitud, frecuencia, impulso, polos y ceros, mediante la herramienta de programación y simulación MatLab. La misma que es indispensable para el diseño de filtros digitales siendo de gran ayuda para el aprendizaje de los estudiantes de posgrado o de cualquier profesional relacionado a la investigación científica.

El diseño de los filtros digitales presentados en el capítulo 4 se realizó para que sea amigable y accesible a los estudiantes, así como también sea fácil de comprender su funcionamiento y disminuir los errores al momento de diseñar filtros digitales. Muy a pesar de que existe el paquete llamado MFilters utilizado en MatLab, el propósito era contar con diseños originales que promuevan el desarrollo investigativo en la Facultad de Educación Técnica para el Desarrollo.

Para finalizar debemos considerar que la tecnología avanza o se actualiza diariamente, es imperante el estudio de las aplicaciones del procesamiento digital de señales en el ámbito de la Bioingeniería o Telemedicina junto con algún software que permita la comprensión de los mismos. Se espera que los lectores comprendan el concepto general de los filtros digitales al igual que el programa MatLab para ejecutar correctamente el filtro previamente diseñado.

## **Abstract**

The purpose of this paper is to contribute Master techniques specifically digital signal processing in digital filter design (FIR and IIR) able to get answers in magnitude, frequency, pulse, poles and zeros, by programming and simulation tool MatLab. It is essential for the design of digital filters being helpful for learning graduate students or any professional related to scientific research.

The digital filter design presented in Chapter 4 was done to make it friendly and accessible to students, as well as easy to understand its operation and reduce errors when designing digital filters. Very even though there is package called MFilters used MatLab, the purpose was to have original designs that promote the development of research in the Faculty of Technical Education for Development.

Finally we must consider that technology is advancing and is updated daily, it is imperative to study the applications of digital signal processing in the field of Bioengineering and Telemedicine along with some software that can understand them. Readers are expected to understand the general concept of the digital filters like MatLab program to successfully run the filter previously designed.

## **Capítulo 1: Descripción del proyecto de intervención.**

### **1.1. Antecedentes.**

El área de la Maestría en Telecomunicaciones denominada Procesamiento Digital de Señales (DSP) se centraliza en analizar y procesar señales representadas en forma digital, es decir, el tratamiento de hacerla discreta en tiempo y amplitud. El DSP se ha perfeccionado en los últimos 40 años, aunque inicialmente sólo se podían evaluar de manera manual y de un conocimiento muy amplio de matemáticas, pero desde que las computadoras están disponibles y con ayuda de modelos matemáticos fue posible la aplicación práctica de algoritmos mediante plataformas de programación como Matlab/Simulink, LabWindows, LabView.

Asimismo los avances tecnológicos de la electrónica que integran circuitos electrónicos digitales que han permitido remplazar en forma paulatina los circuitos análogos, obviamente ocupando un menor volumen, los mismos que están libres de problemas de tolerancia de los componentes, calibración, y deriva térmica que afectan a los primeros. Para el procesamiento digital es necesario de dos componentes básicos: un algoritmo y una máquina calculadora.

Hay que tener presente que las aplicaciones de filtros digitales no son simples simulaciones, a pesar de ser desarrollados mediante cualquier plataforma de programación (Matlab, LabWindows o LabView), simplemente son ejemplos en tiempo real, tal y como ocurre cuando un sistema análogo es simulado en un computador digital, los mismos que operan en tiempo discreto. Los resultados obtenidos son los mismos que se obtienen en procesamientos reales. De hecho, en muchos casos, el procesamiento digital real se lo realiza mediante la herramienta de programación MATLAB.

## **1.2. Definición del problema**

Necesidad de contribuir con técnicas para el procesamiento digital de señales en el diseño de filtros digitales que permitan mejorar el proceso de aprendizaje de los alumnos de la Maestría en Telecomunicaciones y profundizar la línea de investigación que sigue la Facultad de Educación Técnica para el Desarrollo (FETD) en la Universidad Católica de Santiago de Guayaquil.

## **1.3. Objetivos**

Una vez que se ha definido el problema de investigación procedemos a describir el objetivo general y los objetivos específicos.

### **1.3.1. Objetivo General:**

Aportar con técnicas o métodos para el procesamiento digital de señales en el diseño de filtros digitales FIR e IIR a través de una herramienta robusta de programación como MatLab.

### **1.3.2. Objetivos específicos:**

- ✓ Describir el estado del arte del procesamiento digital de señales.
- ✓ Describir el estado del arte de la herramienta de programación MatLab y de filtros digitales FIR e IIR para el procesamiento digital de señales.
- ✓ Diseñar filtros digitales FIR e IIR mediante la plataforma de programación MatLab.
- ✓ Evaluar los filtros digitales FIR e IIR a través de simulación en MatLab.

## **1.4. Hipótesis**

La contribución de técnicas o métodos para el diseño de filtros digitales a través de MatLab permitirá mejorar el proceso de aprendizaje adquirido por los maestrantes de Telecomunicaciones e incentivar al empleo del procesamiento digital de señales para posibles temas de investigación generativa.

### **1.5. Tareas.**

- ✓ Estudiar la problemática relacionada con el procesamiento digital de señales en telecomunicaciones.
- ✓ Describir los principales comandos para la programación en MatLab.
- ✓ Establecer los métodos para el diseño de filtros digitales.
- ✓ Presentar el diseño de filtros digitales mediante la simulación en MatLab.

### **1.6. Metodología de investigación.**

#### **Alcance:**

La presente investigación es de carácter **Exploratorio y Explicativo**, pues se pretende explorar las técnicas o métodos del diseño de filtros digitales a través del procesamiento digital de señales que originan el fenómeno en cuestión, describir una situación y pretender una explicación del mismo. También interesa explicar por qué ocurre el fenómeno (usando una herramienta de simulación real).

#### **Paradigma:**

Empírico-Analítico

#### **Enfoque:**

Cuantitativo

#### **Método:**

Ex post facto, puesto que se pretenderá evidenciar las posibles relaciones de causa efecto entre las técnicas o métodos del diseño de filtros digitales FIR e IIR.

#### **Diseño de la Investigación:**

**No experimental Transversal.**- Puesto que no se manipularán deliberadamente las variables de estudio, se procederá a la observación directa del fenómeno (filtros digitales FIR e IIR) tal y como

se da en su contexto natural, y luego se procederá a su análisis respectivo.

El diseño es transeccional, porque obedece a una realidad en un momento determinado, lo que significa que los datos serán recogidos en un tiempo único, puesto que el propósito es describir las variables, analizar su incidencia e interrelación en momento definido y único.

**El modelo del método Ex post facto:**

Es **Correlacional-causal**, debido a que se describirán relaciones entre dos o más variables en un momento determinado. Resulta clave identificar que la causalidad implica correlación, pero no toda correlación implica causalidad.

## **Capítulo 2: Estado del Arte del Procesamiento Digital de Señales.**

### **2.1. Introducción.**

En la actualidad el Procesamiento Digital de Señales (PDS) es la herramienta tecnológica más poderosas y robusta que existe, y que seguramente dará forma a la ciencia y a la ingeniería en el siglo XXI, produciéndose cambios significativos en diferentes áreas como: telecomunicaciones, electrónica, medicina, militares, audio y video, etc. por mencionar algunos.

Las mencionadas áreas han desarrollado tecnologías específicas para procesar digitalmente señales, mediante algoritmos propios, herramientas matemáticas y técnicas especializadas. Si bien es cierto, al tratar de abarcar y profundizar todo lo mencionado, sería imposible que una persona sea capaz de dominar toda la tecnología de PDS desarrollada hasta ahora.

### **2.2. Orígenes del procesamiento digital de señales**

El Procesamiento Digital de Señales se diferencia de otras ramas de las ciencias de ingeniería, por el tipo de datos con que trabaja: las señales. En la mayoría de los casos, estas señales tienen origen en elementos del mundo real: vibraciones sísmicas, imágenes, ondas de sonido, etc. El PDS comprende la matemática, los algoritmos, y las técnicas utilizadas para manipular estas señales después de que han sido convertidas a un formato digital. (Smith, 2003)

PDS se ha convertido en una tecnología madura y ha sustituido los sistemas tradicionales de procesamiento de señales analógicas en muchas aplicaciones. Los sistemas PDS tienen varias ventajas, tales como falta de sensibilidad a los cambios en la temperatura, envejecimiento, tolerancia de los componentes. Históricamente, el campo del diseño de chips analógicos de tamaño pequeño han desaparecido, pero ahora, con el ruido asociado y mediante diseños modernos micrométricos, es decir, diseños digitales a menudo puede ser mucho

más robustos los integrados que los diseños analógicos. El rendimiento compacto, por su bajo consumo de energía y de bajo costo para los diseños digitales. (Meyer-Baese, 2004)

Los objetivos que se persiguen pueden ser variados: mejora de imágenes visuales, reconocimiento y generación de voz, compresión de datos para almacenamiento y transmisión, etc. La importancia de las señales digitales se hizo evidente en 1948 con la invención de los códigos de corrección de errores. Sin embargo, los orígenes del procesamiento digital de señales se remontan hacia 1960 y 1970 cuando estuvieron disponibles las primeras computadoras digitales. En esta época las computadoras eran muy costosas, y el PDS estuvo limitado a solamente unas pocas aplicaciones críticas. (Smith, 2003)

Entre los años 80 y 90 las computadoras personales evolucionaron y permitió que el PDS fuese accesible para nuevas aplicaciones. El “Speak and Spell” fue uno de los primeros productos para el público consumidor, fue un juguete para ayudar a los niños a aprender a deletrear palabras desarrollado por Texas Instruments en 1978, que utilizaba un procesador digital de señales para sintetizar voz. La compañía Philips Electronics desarrolló el CD (reproductor de disco compacto) en 1979 que fue un producto de consumo masivo, que para ese momento se aprovechó del avance tecnológico del procesamiento digital de señales. Para ese entonces el PDS fue regido por leyes del mercado más por motivaciones militares o gubernamentales.

De acuerdo a lo indicado por la IEEE, a mediados de los 80 había tres nichos comerciales para los PDS que representaban un mercado de 50 millones de dólares:

- a. codificación de voz,
- b. compresión de video, y,
- c. compresión de módems,

En la actualidad los DSP están presentes en todas las ramas de la electrónica, y el crecimiento proviene del desarrollo de productos nuevos e innovadores; la figura 2.1 muestra apenas algunas de estas variadas aplicaciones.

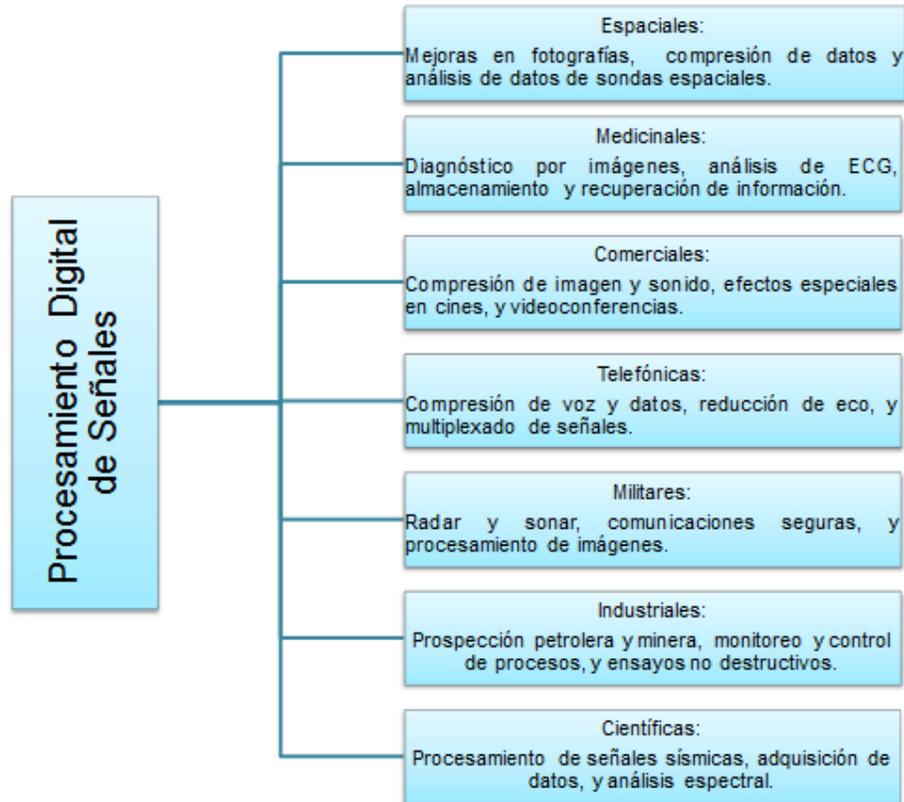


Figura 2. 1: Aplicaciones de PDS en ciencias e ingenierías. **(Smith, 2003)**

Las ventas mundiales (véase la figura 2.2) de PDS es alrededor de 27200 millones de dólares, donde la mitad del volumen de ventas lo tienen los circuitos integrados que tienen al DSP vinculado a funciones específicas, tales como: aceleradores de video, módems, procesadores de audio, controladores de motores de CA, etc.

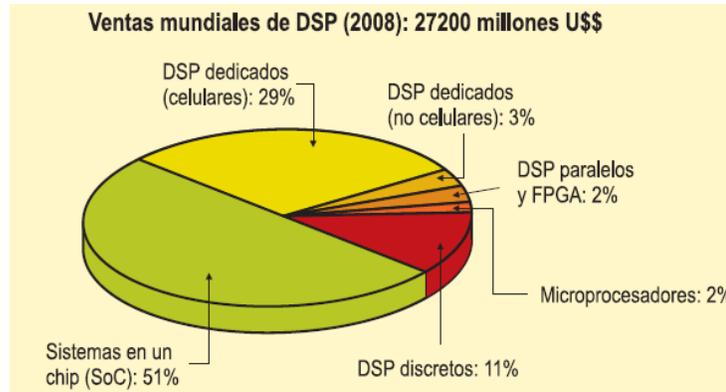


Figura 2. 2: Ventas mundiales para aplicaciones de PDS en ciencias e ingenierías.

Fuente: BCC Research, Inc. Average Annual Growth Rate (AAGR)

### 2.3. Algunas aplicaciones del PDS

Las aplicaciones para el procesamiento digital de señales son diversas, pero las áreas (véase figura 2.3) donde el PDS ha ocasionado cambios tecnológicos son: telecomunicaciones, audio, detección ecos en señales de sonar, radar y sísmicas, y procesamiento de imágenes.



Figura 2. 3: Aplicaciones de PDS en ciencias e ingenierías. (Smith, 2003)

Para el presente trabajo investigativo nos referimos a las aplicaciones que contribuyen a técnicas que se analizarán posteriormente, obviamente se dejan de lado las más recientes y complejas, donde la intervención del PDS es más evidente para realizar investigaciones más profundas en este ámbito.

### **2.3.1. Aplicaciones en Telecomunicaciones**

El principio fundamental de las telecomunicaciones es la transmisión de información de un lugar a otro, como las conversaciones telefónicas, señales de televisión, archivos de computadoras, y otros tipos de datos. Para transmitir información se requiere de un canal o medio de transmisión entre el emisor y el receptor. Este medio de transmisión puede ser el par de cables, señal de radio, fibra óptica, etc.

Las grandes multinacionales de telecomunicaciones cobran una tasa por transmitir información a sus clientes, para así mantener y establecer el canal o medio de transmisión. De tal manera que las empresas son más rentables económicamente hablando si transfieren mayor cantidad de información. El PDS revoluciona constantemente el campo de las telecomunicaciones, específicamente en generación y detección de tonos de señalización, desplazamiento de bandas de frecuencias, filtrado para eliminar el ruido de línea, etc.

Por ejemplo para el caso específico de una red telefónica, mostraremos el comportamiento para el:

#### **a. Multiplexado de señales**

Para esta aplicación de suma importancia en las telecomunicaciones y de acuerdo a los últimos datos, la telefonía telefónica fija tiene aproximadamente mil millones de usuarios en el mundo. Tan solo con presionar pocos pulsadores (botones) las redes de conmutación permiten conectar entre sí dos aparatos en muy pocos segundos. Inicialmente los cables y conmutadores mecánicos fueron muy caros; mientras que las compuertas lógicas digitales eran mucho más económicas.

En la figura 2.4 se muestran bits entremezclados y separados, por un mismo medio de transmisión que transmite simultáneamente muchas conversaciones telefónicas, donde el estándar telefónico denominado “Sistema T-Carrier” encargada de transmitir simultáneamente 24 señales de voz. Cada canal de voz se muestrea a 8000 veces por segundo, mediante un conversor analógico-digital (A/D) de 8 bits que comprime logarítmicamente la amplitud de la señal. La señal mostrada por la figura 2.4 (c) es el resultado de la multiplexación en el tiempo de las señales mostradas por la figura 2.4 (a) y 2.4 (b).

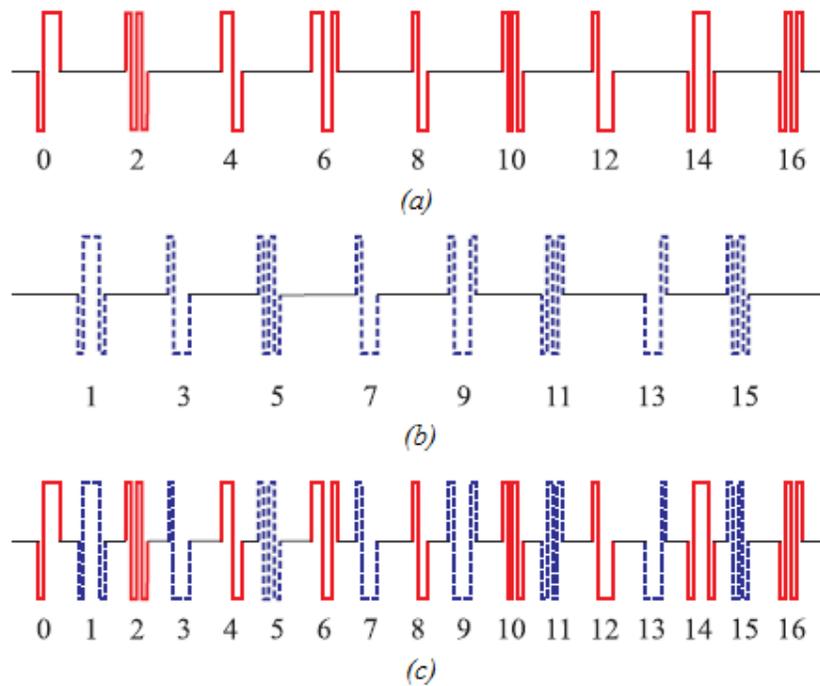


Figura 2. 4: Multiplexación en tiempo.

Fuente: El autor

Estas aplicaciones y productos requieren interconexión mucho más complejas, tales como la recopilación, procesamiento, transmisión, análisis de audio/video de la información en tiempo casi real. La tecnología DSP ha hecho posible la incorporación de los pasos en los dispositivos que sean innovadoras, asequibles y de alta calidad (por ejemplo, el iPhone de Apple, Inc.). (Ingle & Proakis, 2011)

## **b. Compresión**

Cuando una señal de voz es digitalizada a razón de 10000 muestras por segundo, la mayoría de la información es redundante, es decir, el valor representado por dicha muestra prácticamente se duplica en cada una de las adyacentes. Para evitar esto se desarrollan varias técnicas para convertir señales de voz digitalizadas en simplemente un flujo de datos de menor cantidad de bits/s, agrupados bajo el nombre de **algoritmos de compresión de datos**, permitiéndonos recuperar la señal original.

Generalmente se dice que mientras el nivel de compresión aumente, peor será la calidad de audio: la reducción de la tasa de datos de 64 kbps a 32kbps no es considerada como pérdida apreciable de la calidad de la señal, pero si disminuimos la tasa a 8 kbps resulta ser una pérdida. La compresión más alta que se puede obtener (de alrededor de 2 kilobits/s) desmejora la calidad de manera tan apreciable que sólo se emplea para aplicaciones militares y comunicaciones submarinas.

## **c. Control de eco**

En comunicaciones telefónicas convencionales, el eco representa un grande y serio problema, especialmente en llamadas telefónicas de larga distancia. Cuando el usuario habla a través del micro-teléfono, la señal de voz se transmite hasta el receptor, una parte de la misma retorna pero como un eco. Aunque, la interconexión entre dos usuarios telefónicos ocurra a pocos kilómetros de separación, entonces la señal se retarda en algunos milisegundos, donde este efecto anormal no es percibido por el oído humano acostumbrado a estos pequeños retardos de tiempo.

Ahora, si la distancia de separación entre los dos abonados telefónicos aumenta, podemos constatar que el eco se hace cada vez más notorio y molesto. Por ejemplo, en comunicaciones telefónicas intercontinentales el retardo alcanza las centenas de milisegundos, imposibilitando una comunicación fluida y eficaz.

En la figura 2.5 se muestra un esquema simplificado de un circuito telefónico de larga distancia. El transformador híbrido en los extremos de la red convierte el circuito de dos hilos en el lado del abonado a un circuito de cuatro hilos, generando caminos separados para cada dirección de transmisión. La razón de cambiar de 2 a 4 hilos, es económica, debido a ciertos factores como amplificación de la señal, multiplexado o transmisión simultánea de varias llamadas, etc.

Como se aprecia en la figura 2.5 se muestra como la señal de voz inicia en A viajando por el segmento 1-3 hasta llegar al híbrido derecho, y de ahí viaja al receptor B, mientras que la señal B continua su recorrido 4-2 hacia A. Es decir, que en cada extremo de la red híbrida asegura que la señal de voz es acoplada al camino apropiado, y que ningún vestigio de la misma retorne hacia el receptor. Sin embargo, pequeñas diferencias de impedancia causan que algunas de las señales entrantes vuelvan al interlocutor en la forma de eco mediante las líneas de puntos mostrados.

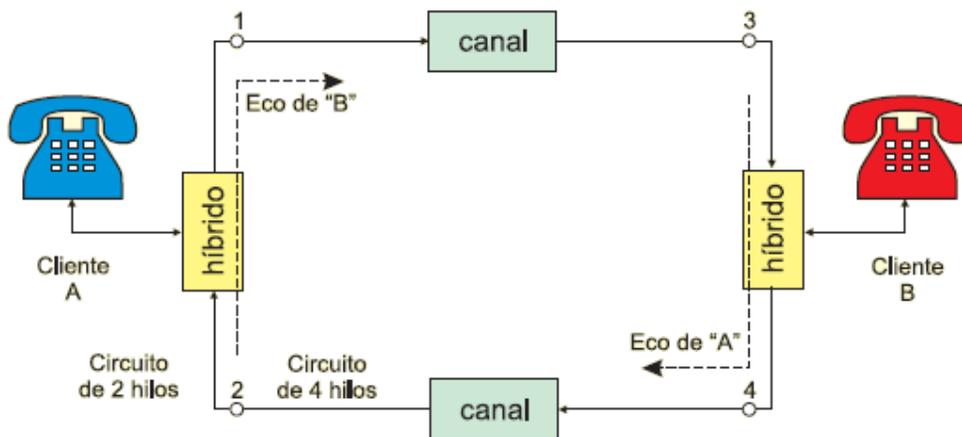


Figura 2. 5: Diagrama esquemático de un circuito telefónico minimizado.  
Fuente: El autor

El PDS ataca este problema midiendo la señal de retorno, y generando una anti-señal apropiada de modo de cancelar el eco. En cada extremo del canal de comunicación mostrado por la figura 2.6, la señal entrante se aplica simultáneamente al híbrido y a un filtro adaptivo, el que estima el eco que produciría la línea y lo resta de la señal original.

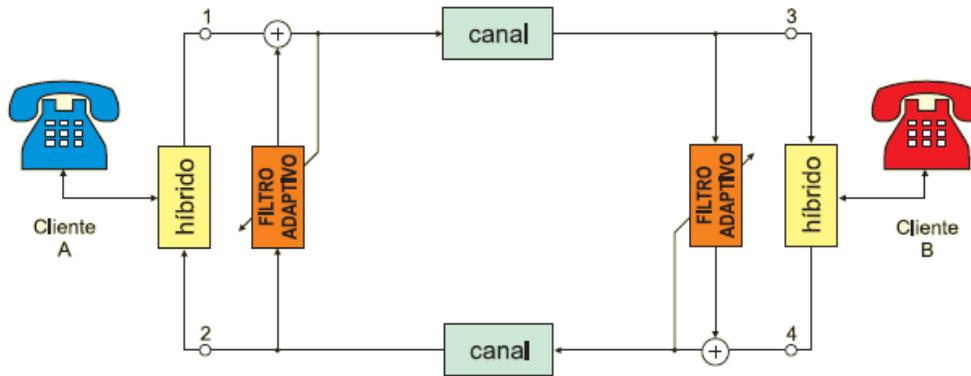


Figura 2. 6: Eliminación del eco para redes de telecomunicaciones a larga distancia.

Fuente: El autor

#### d. Cancelamiento de ruido

Es una técnica muy empleada en la reducción del ruido ambiental, cancelándose a través de una señal denominada “antirruído”. Un sistema típico está compuesto por un dispositivo electroacústico, que permite cancelar señales no deseadas, generando así una señal idéntica en amplitud y fase opuesta. La señal antirruído y la original son combinadas para el cancelamiento de ambos sonidos. Luego en 1936 propuso el cancelamiento de sonido, aunque con los avances tecnológicos se ha mejorado lo suficiente para poder aplicarla satisfactoriamente.

En el Laboratorio de Procesamiento de Señales y Circuitos (LaPSyC) de la UNS<sup>1</sup>, según (González, Cutini, Cousseau, & Paolini, 2002) la construcción de equipos experimentales para ensayar técnicas, está constituido por dos parlantes incorporados sobre un tubo PVC de 20 cm de diámetro. Dicho tubo contiene dos secciones a 90°, el primer tubo con longitud de 5.5 m, y el segundo de 1.5 m, tal y como se ilustran en las figuras 2.7 y 2.8, los dos parlantes son ubicados, el uno en el segmento de mayor longitud, y el otro sobre una “T”.

<sup>1</sup>UNS, Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca, Argentina, página web del Laboratorio de Procesamiento de Señales y Comunicaciones: <http://www.ingelec.uns.edu.ar/Lapsyc/>



Figura 2. 7: Generador de ruido del LaPSyC.  
Fuente: <http://www.ingelec.uns.edu.ar/Lapsyc/>



Figura 2. 8: Equipo cancelador del LaPSyC.  
Fuente: <http://www.ingelec.uns.edu.ar/Lapsyc/>

Los transductores están ubicados dentro de cajas acústicas para evitar la radiación de ruido al exterior, y los micrófonos de referencia y error fueron colocados sobre el tubo. Un diagrama esquemático del sistema, junto con las dimensiones más relevantes, se muestra en la Fig. 2.9.

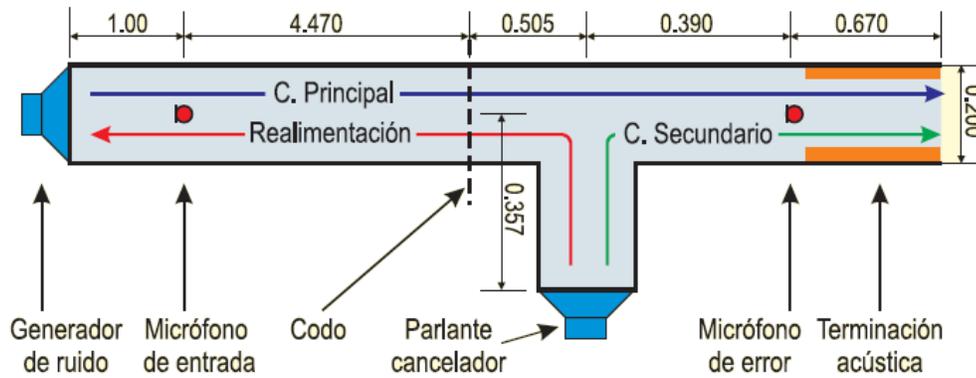


Figura 2. 9: Diseño esquemático del prototipo para generador de ruido y cancelador.

Fuente: <http://www.ingelec.uns.edu.ar/Lapsyc/>

En la figura 2.10 (a) se observan los resultados de cancelamiento de ruido ante una excitación compuesta por tonos puros, y en la figura 2.10 (b) la atenuación obtenida para una excitación tipo ruido blanco.

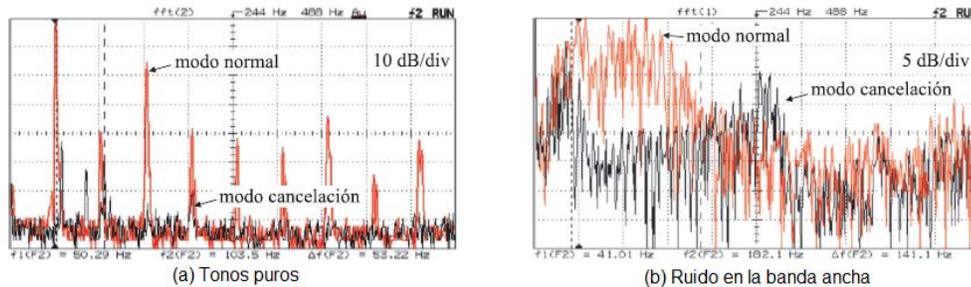


Figura 2. 10: Espectro de la señal de cancelamiento.

Fuente: <http://www.ingelec.uns.edu.ar/Lapsyc/>

### e. Televisión digital

A través del CCIR<sup>2</sup> en el año 1982 se define la norma de codificación de señales de video análogas entrelazadas, comúnmente utilizadas en señales de TV, conocidas como la ITU-R BT.601, según la ITU<sup>3</sup> en 1983, el flujo de datos de señales de video comúnmente es 166 Mbps, siendo muy elevada para canales de transmisión o dispositivos de almacenamiento usuales.

<sup>2</sup> CCIR, Comité Consultivo Internacional de Radiocomunicaciones

<sup>3</sup> ITU, Unión Internacional de Telecomunicaciones, es el organismo especializado de las Naciones Unidas para las tecnologías de la información y la comunicación – TIC

Dos procesos básicos y necesarios para transmitir señales desde una fuente (ejemplo: un estudio de TV) hacia su destino (ejemplo: una pantalla o Televisor) son la compresión y descompresión. La compresión se encarga de reducir la señal de video con una tasa de 166 Mb/s a 20 Mb/s, y la descompresión es la encargada de reconstruir dicha señal para finalmente poder visualizarla.

Existen diferentes tipos de codificación tanto para imágenes: JPEG para imágenes; como para videos: H.263 con bajas tasas de transmisión, MPEG-1 para almacenamiento, MPEG-2 para transmisión y aplicaciones generales de alta calidad, MPEG-4 para aplicaciones multimedia interactivas (Brandenburg & Popp, 2000), y H.264 para altas tasas de compresión.

Obviamente las mencionadas codificaciones tienen diferentes especificaciones, pero su principio de funcionamiento es similar. Un bloque común es el de compresión, que se representa esquemáticamente en la figura 2.11, dicho sistema trabaja de dos modos diferentes: **intra** en el que se explota solamente la redundancia espacial en la imagen, o **inter**, donde se aprovecha la redundancia temporal entre imágenes vecinas.

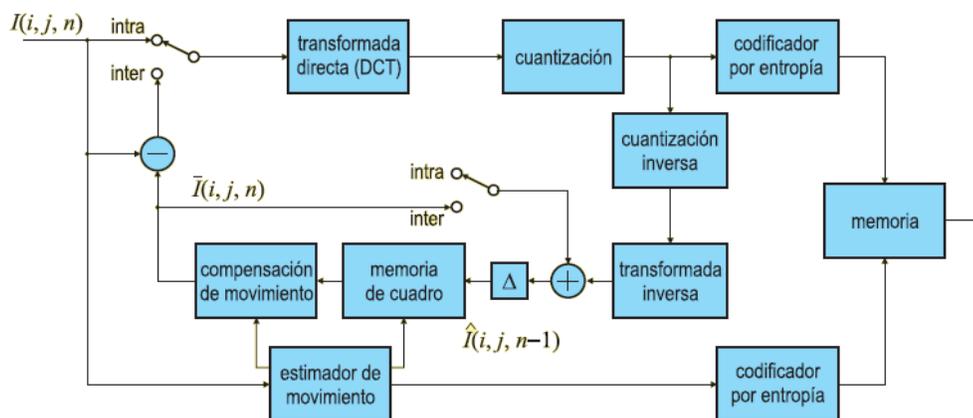


Figura 2. 11: Diagrama del sistema de compresión de video.

Fuente: El autor

Analizaremos brevemente el funcionamiento del modo intra, donde se realiza una transformación para decorrelar la información, donde la imagen es particionada en bloques de 8x8 bits, aplicándose la transformada discreta coseno (DCT) a cada una de ellas, siendo muy similar a una transformada discreta de Fourier (DFT), pero que enfatiza las bajas frecuencias.

Cada uno de los bloques se representa en un formato numérico apropiado teniendo en cuenta las peculiaridades del sistema visual humano. Este proceso que se denomina cuantización, y en general introduce algún grado de distorsión, que hace que la imagen decodificada sea distinto a la señal original. Los coeficientes cuantizados se codifican según su entropía, lo que asegura una transmisión eficiente.

Los datos cuantizados se utilizan localmente para proveer al codificador con la misma información que estará disponible en el decodificador. En otras palabras, en el codificador también se encuentra incluido un decodificador, que a través de la cuantización inversa y la transformación inversa permite obtener una réplica de la imagen decodificada, que se almacene en la memoria de cuadro, y que será utilizada en la codificación de los cuadros que siguen.

La figura 2.12 muestra el diagrama bloque del decodificador. Las imágenes  $I(l, j, n - 1)$  decodificadas previamente se almacenan en la memoria de cuadro, y se compensan por movimiento utilizando la información que se transmite al codificar los cuadros siguientes. Esto explica la necesidad de contar con una réplica de las imágenes decodificadas  $I(l, j, n)$  en el codificador, ya que en caso contrario el codificador y el decodificador estarían utilizando diferente información en el proceso de estimación del movimiento: el codificador estimaría el movimiento utilizando la información original  $I(l, j, n)$ , mientras que el

decodificador estaría aplicando esta información sobre la señal decodificada  $\hat{I}(i, j, n)$ .

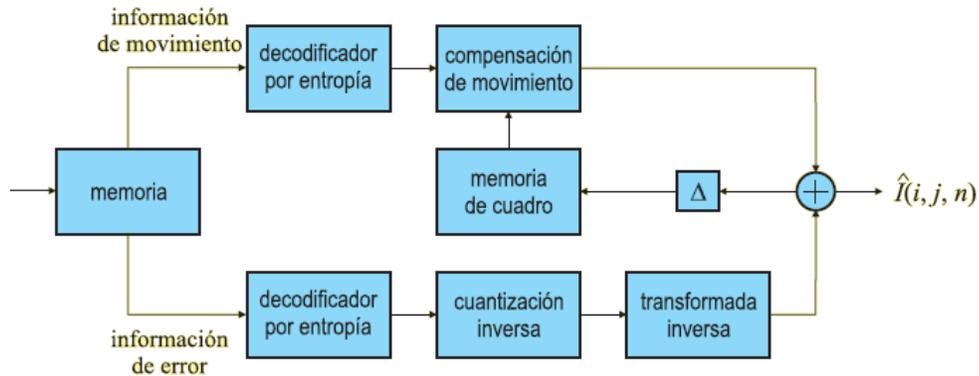


Figura 2. 12: Diagrama del decodificador asociado al codificador.  
Fuente: El autor

### 2.3.2. Procesamiento de audio

El procesamiento digital de señales es aplicado para el tratamiento de audio y video.

#### a. Música

Los datos se representan digitalmente permitiendo prevenir la degradación de cualquier señal análoga, tal efecto resulta familiar para cualquiera que haya comprado música en alta calidad, como discos compactos. La canción es grabada en un estudio de sonido en múltiples canales o pistas, aunque son grabados en pistas separadas algunas voces e instrumentos. Permittedo a los ingenieros de sonido y mezclas tengan mayor libertad y flexibilidad para la creación de un sonido musical. El PDS incorpora varias funciones elementales para realizar mezclas, por mencionar algunas como: suma, resta y filtrado de señales, edición, etc.

#### b. El disco compacto (CD)

Antes de la aparición del sistema de discos compactos (CD), las canciones eran reproducidas por discos de vinilo (LP), los mismos que producían sonidos desagradables, cuando había rayones, polvo y huellas de dedos sobre la superficie del disco. El CD salva todos los problemas presentado en el LP, brindando ventajas adicionales, en la Tabla 2.1 se

muestra la comparación entre características técnicas de los dos sistemas.

Tabla 2. 1: Características técnicas de sistemas LP y CD

Característica	LP	CD
Respuesta en frecuencia	30 Hz a 20 kHz	20 Hz a 20 kHz
Rango dinámico	70 dB (a 1 kHz)	> 90 dB
Relación señal a ruido	60 dB	> 90 dB
Distorsión armónica	1-2 %	0,00%
Separación de canales	25-30 dB	>90 dB
Wow y flutter	0,03%	no detectable
Efecto de polvo, rayones, etc.	causa ruido	se puede corregir
Durabilidad	se degrada con el uso	semipermanente
Vida de la "púa"	500 a 600 hs	semipermanente
Capacidad	40 a 45 minutos	50 a 75 minutos

En la figura 2.13 se muestra un diagrama bloque del procesamiento de señales de audio para la grabación de CD's, que consiste en enviar dos señales analógicas (micrófonos) denominados canales, pasando por filtros pasa bajos y mantenedores muestreándose a 44.1kHz, después se digitalizan las dos muestras de 16 bits (atenuación de 90 dB) y llegan al multiplexor enviándose una señal de 1.41 Mbps, posteriormente codificándose mediante el método de detección y corrección de errores en CD's, denominado Reed-Solomon (RS) durante la reproducción.

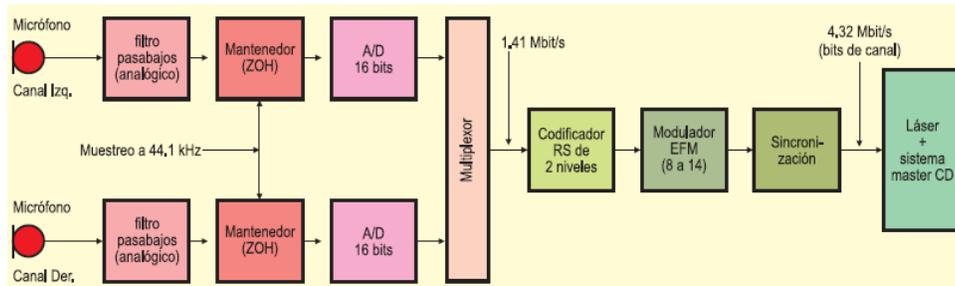


Figura 2. 13: Grabación de un CD mediante el procesamiento de una señal de audio.

Fuente: El autor

El flujo de datos resultante es transformado al formato apropiado para grabar CD's, mediante la inserción de bits de canal (4.32 Mbps) para control y almacenamiento de información complementaria, con ayuda de

la técnica EFM<sup>4</sup> convirtiéndose en códigos de 14 bits, finalmente el flujo de bits pasa por un procesamiento adicional, para ser enviado al láser, permitiendo así la grabación de información digital.

Durante la reproducción (véase la figura 2.14) las pistas se leen ópticamente a una velocidad tangencial constante de 1.2 m/s, mientras el disco gira a una velocidad de entre 8 rps y 3.5 rps, generándose una señal digital pasando por el demodulador, para detectar errores en el flujo de datos y, si es posible, se corrige. La detección de errores puede ser por fallas en el disco maestro, polvo, daños en la superficie del CD, etc. Si no son corregibles, su efecto se reduce reemplazando la muestra dañada por el promedio de las muestras adyacentes, o, si hay más de una muestra errónea, asignándoles un valor nulo (muting).

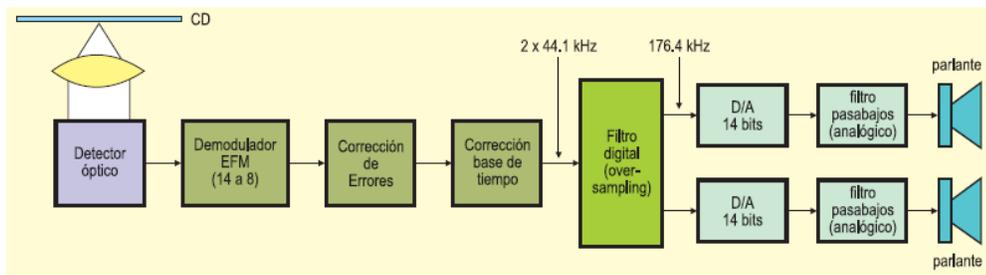


Figura 2. 14: Reproducción del CD como una señal de audio.

Fuente: El autor

### c. Codificación MP3

La codificación MP3 (Brandenburg & Popp, 2000) también conocida como MPEG 1/2-Layer 3, dicha codificación de audio fue creada por *Motion Picture Experts Group* (MPEG), perteneciente al grupo de estudio de la International Standards Organization (ISO), cuyo nombre formal es ISO/IEC JTC1/SC29/WG11. En el año 1991 se crea la norma MPEG-1, mientras que en 1991 se definió Layer 3, obviamente la operación se hace compleja con mejor desempeño en calidad de sonido, con tasas de transferencias muy bajas de 128 kbit/s para una señal de audio estéreo.

<sup>4</sup> EFM, por su siglas en inglés Eight to Fourteen Modulation (Modulación 8 a 14)

### 2.3.3. Detección de ecos

Otra manera de obtener información sobre un objeto remoto es haciendo reflejar en él una onda, por ejemplo un radar transmite pulsos de ondas de radio, examinando la señal recibida para detectar ecos provenientes del móvil. Otro ejemplo es el sonar, que se encarga de enviar ondas sonoras a través del agua para detectar submarinos y otros objetos sumergidos. Otro caso particular es el de los Geofísicos, que emplean detección de ecos para establecer la estructura de la corteza terrestre a través de explosiones y escuchando ecos procedentes de rocas subterráneas. Finalmente, el objetivo principal de las aplicaciones ya mencionadas es la detección de los ecos recibidos, ya que cada una de ellas tiene sus problemas específicos y sus necesidades.

El funcionamiento de un radar consiste en transmitir en radiofrecuencia mediante una antena direccional, en un intervalo pequeño de tiempo (us), las misma que son emitidas por aviones, buques, etc., reflejándose una parte de ella hacia la antena de recepción (Rx), cercana al lugar de transmisión (Tx). La distancia de separación entre Tx y Rx, se determina con el tiempo que transcurre el eco. Las mejoras tecnológicas del radar han sido gracias al PDS, en tres aspectos mostrados en el diagrama de bloques de la figura 2.15: (i) comprimiendo el pulso apenas se recibe, lo que mejora la determinación de la distancia sin reducir el rango de operación (ver figura 2.15); (ii) filtrando la señal para disminuir su nivel.

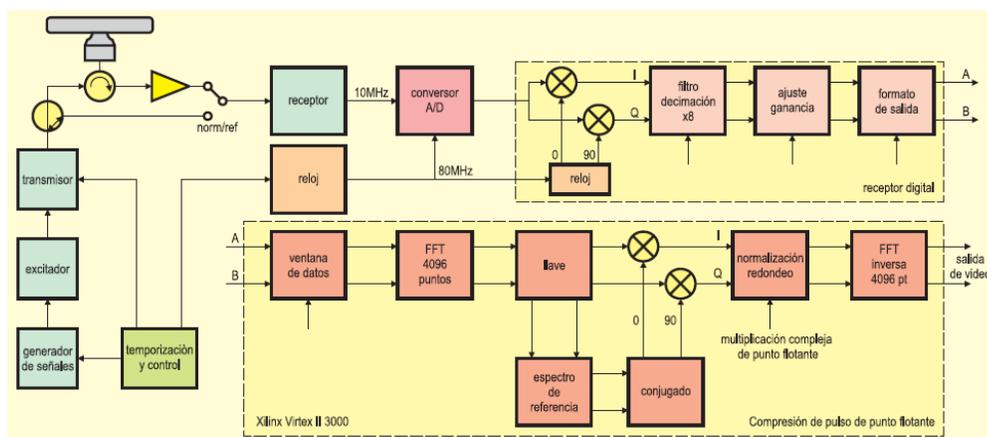


Figura 2. 15: Diagrama de bloques del funcionamiento de un radar.

#### 2.3.4. Procesamiento de imágenes

A diferencia del estudio de los mecanismos de la visión humana, el procesamiento de imágenes digitales nace en el momento en que se dispone de recursos tecnológicos para captar y manipular grandes cantidades de información espacial en forma de matrices de valores. Esta distinción sitúa al procesamiento de imágenes digitales como una tecnología asociada a las ciencias de la computación y, por tanto, cabe pensar en ella como una proyección del término *visión artificial*, dentro del ámbito de la inteligencia artificial. (Esqueda Elizondo & Palafox Maestre, 2005)

Son técnicas de tratamiento digital de imagen todas aquellas manipulaciones realizadas sobre la imagen con el objetivo de: (Faúndez Zanuy, 2000)

- ✓ Mejorar su calidad eliminando degradaciones.
- ✓ Conseguir una representación eficiente que permita almacenarla en un determinado soporte con el menos número posible de bits sin una pérdida apreciable de calidad o requerir el menor tiempo posible de transmisión.
- ✓ Extraer información relevante de cara a interpretar su contenido, tomar decisiones, etc.

Las imágenes son señales cuyas características son:

- Medida de un parámetro sobre un espacio, mientras que la mayoría de las señales son la medida de un parámetro en función del tiempo.
- Contiene una gran cantidad de información, donde son necesarios más de 10 megabytes para almacenar un segundo de señal de video de TV. Esto es más de mil veces mayor que la cantidad de memoria necesaria para almacenar una señal vocal de longitud similar.
- La calidad frecuentemente se evalúa subjetivamente (por un ser humano), en lugar de emplear criterios objetivos.

Estas características especiales hacen que el procesamiento de imágenes sea un subgrupo diferente del PDS como se puede apreciar en la figura 2.16.

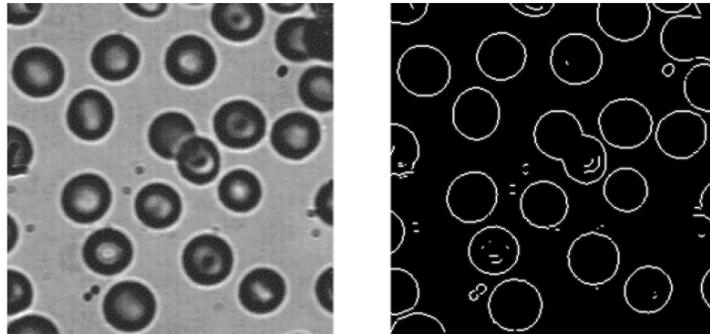


Figura 2. 16: Imágenes procesadas digitalmente.

### a. Imágenes médicas

Definiremos imagen médica como una representación de la distribución espacial de una o más propiedades físicas o químicas dentro del cuerpo humano. Dos parámetros de la imagen van a ser de especial interés: el contraste y la resolución. El contraste determina qué es lo que se ve en la imagen; técnicamente se define como diferencia de intensidad entre dos áreas, medida como diferencia absoluta o relativa (contraste relativo). Lo más importante, en el contexto que nos ocupa, es tener claro el origen de dicho contraste, esto es, saber qué parámetro físico o químico es el que está siendo representado en forma de intensidad luminosa. (Carrión Pérez, Ródenas García, & Rieta Ibáñez, 2006)

El 8 de noviembre de 1895, en la ciudad alemana de Wuerzburg se descubrieron los Rayos-X, hecho ocurrido cuando el físico William Conrad Röntgen al experimentar con un tubo de rayos catódicos recubierto con papel negro y en una sala oscura, observó que un papel de *platinocianuro de bario* que casualmente se encontraba en la cercanía, se iluminó. A este tipo de radiación la denominó Rayos X. Desde ese momento nació para la medicina la esperanza de poder “ver al cuerpo por dentro”. Este hallazgo es, sin duda alguna, uno de los más grandes acontecimientos en este milenio, fue el inicio de la *radiología* y sentó las bases para otros desarrollos futuros. (Passariello & Mora, 1995)

La figura 2.17 nos muestra el avance tecnológico de los sistemas médicos de rayos X que se han esparcido por el mundo.

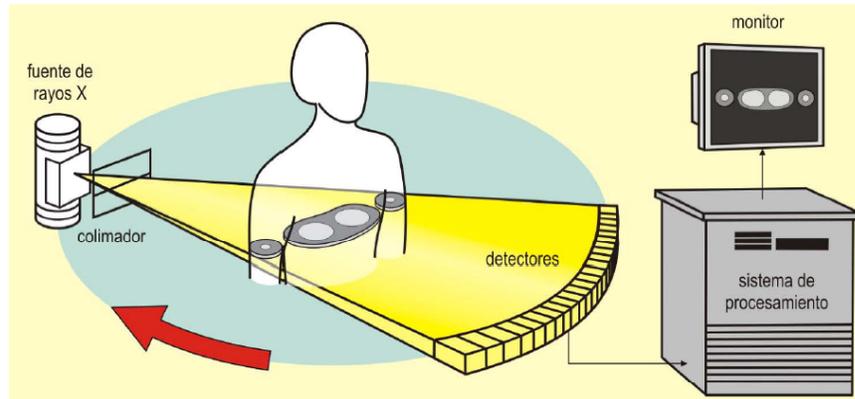


Figura 2. 17: Funcionamiento de un sistema para imágenes médicas.

## 2.4. Señales

Para definir las tareas del PDS se requiere primero precisar el concepto de señal, considerada aquí como aquella observación de una magnitud física en función de variables independientes de tiempo y espacio, realizada de tal modo que la señal contenga información de los procesos observados.

En general, toda señal contiene información que se desea extraer o modificar de acuerdo a los requisitos de cada aplicación particular, por ejemplo, los sismógrafos, registran señales sísmicas que contienen información sobre intensidad y características espectrales de los sismos, con ayuda de las cuales pueden determinarse entre otras cosas la ubicación de epicentros y la naturaleza de los sismos. Las señales electrocardiográficas permiten al médico determinar el estado del corazón de sus pacientes.

La tabla 2.2 resume las características utilizadas para clasificar las señales que son representadas por funciones matemáticas de una o más variables. Una señal de voz, por ejemplo, puede representarse como una función de una variable temporal  $f(t)$ , las imágenes se pueden considerar

como funciones de dos variables espaciales  $f(x, y)$ , y el vídeo como una señal espacio-temporal  $f(x, y, t)$ .

Tabla 2. 2: Características de señales digitales y analógicas. (Alvarado Moya, 2011)

Características	Valores	
Número de variables	Una variable	Múltiples variables
Dimensionalidad	Escalar	Vectorial (multicanal)
Variables independientes	Discretas	Continuas
Valores de la señal	Discretos	Continuos
Naturaleza estadística	Deterministas	Aleatorias

Las funciones pueden ser además escalares o vectoriales. Si la voz se captura con un micrófono monofónico, la señal eléctrica de salida tendrá por ejemplo un solo valor de tensión eléctrica en cada instante de tiempo. Por otro lado, un electroencefalograma provee un conjunto o vector de señales eléctricas provenientes de los diferentes electrodos para cada instante  $t$ :

$$f(t) = [f_1(t) \ f_2(t) \ \dots \ f_n(t)]^T$$

Otro ejemplo de señales vectoriales utilizadas frecuentemente en ingeniería son las imágenes en color, en las que cada elemento de la imagen o *pixel* se representa como un vector en un espacio de color, donde las componentes del vector pueden, por ejemplo, representar los valores de los colores primarios rojo, verde y azul. A cada una de las componentes de señales vectoriales se les denomina usualmente *canales* y por lo tanto a la señal se le denota como *multicanal*.

Las señales dependen siempre del tipo de variables discreta o continuas. Para el caso particular de un fototransistor, la salida se la obtiene en todo instante de tiempo  $t$ , donde  $t$  es la variable continua, mientras que el número de llamadas realizadas por hora es una señal que el ICE puede generar en instantes discretos de tiempo  $nT$  separados por un intervalo de

de  $T = 1/h$  conocida como variable discreta. La variable independiente de una señal discreta cuando se realiza la gráfica mediante puntos no necesariamente deben ser equidistantes, sin embargo, la distribución homogénea de cada una de las *muestras* es utilizada por conveniencia y manejabilidad matemática computacional.

Como ya se dijo la señal puede tomar valores discretos o continuos, es decir, que puede tomar cualquier valor real de voltaje (fototransistor) un determinado intervalo de tiempo, mientras el número de llamadas es siempre un valor entero. Para el caso de funciones discretas los valores pueden ser equidistantes o tener patrones muy complejos como el logarítmico.

Con todo esto podríamos definir que las *señales digitales* se caracterizan mediante las variables independientes discretas con valores discretos, mientras que las *señales analógicas* son variables independientes continuas con valores continuos. Para el tratamiento o procesamiento de señales digitales utilizamos el análisis matemático de funciones de valor continuo o discreto, también denominadas *señales en tiempo discreto*, representadas por la variable independiente en instantes de tiempo definidos.

#### **2.4.1. Señales en tiempo continuo y discreto.**

Una forma de clasificar las señales es atendiendo a la naturaleza de la variable independiente. Si la variable independiente es continua, la correspondiente señal se denomina señal en tiempo continuo (ver figura 2.18), y está definida para valores continuos de la variable independiente. Ejemplos de señales continuas pueden ser una señal telefónica o de radio como función del tiempo, o la presión atmosférica como función de la altitud. (Soliman & Srinath, 1999)

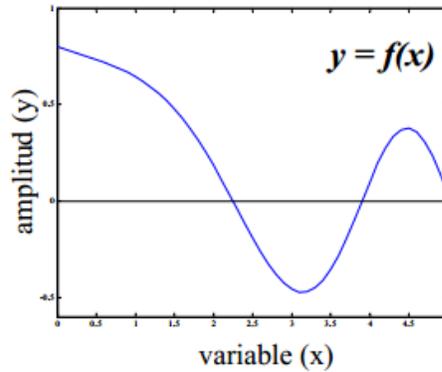


Figura 2. 18: Señal en tiempo continuo.

Fuente:

<http://varoitus.barcelonamedia.org/rafael/Teaching/Courses/DSP/Modulo1.pdf>

Una señal continua o discreta en tiempo toma los valores de la amplitud, que también pueden ser continuos o discretos, como se muestra en la figura 2.19 donde la señal toma cuatro valores diferentes. Ahora suponiendo que la señal toma valores sobre un rango finito o infinito, denominada señal de amplitud continua. Para convertir una señal de amplitud continua en una señal de amplitud discreta, llamada también cuantización, matemáticamente considerado como aproximación, llevándose a cabo por redondeo o truncación.

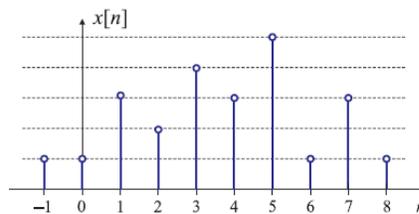


Figura 2. 19: Señal en tiempo discreto.

Fuente:

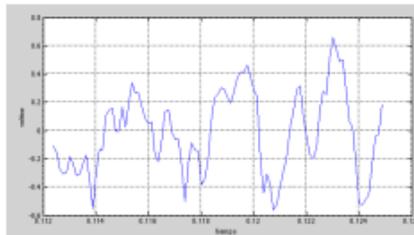
<http://varoitus.barcelonamedia.org/rafael/Teaching/Courses/DSP/Modulo1.pdf>

Se pueden tomar otros ejemplos de señales discretas en estudios demográficos en los cuales diversos atributos, como ingreso promedio, índice de criminalidad o kilogramos de pescado capturado, son tabulados contra variables discretas como tamaño de la familia, población total o tipos de barcos pesqueros, respectivamente.

En la figura 2.20 se muestran ejemplos de una señal continua  $x(t)$  y de una señal  $x[n]$ . Es importante notar que la señal  $x[n]$  está definida sólo para valores enteros de la variable independiente. Nuestra selección de la representación gráfica de  $x[n]$  enfatiza este hecho, y para hacerlo aún más notorio, en ocasiones nos referiremos a  $x[n]$  como una secuencia discreta. (Oppenheim, Nawab, & Willsky, 1998)

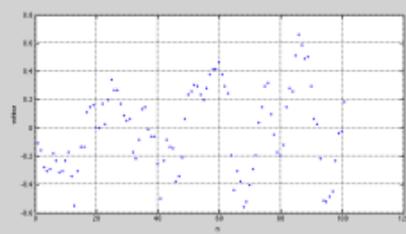
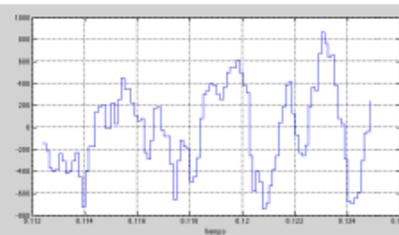
Análogas,  $x(t)$  :

Amplitud y Tiempo continuos.

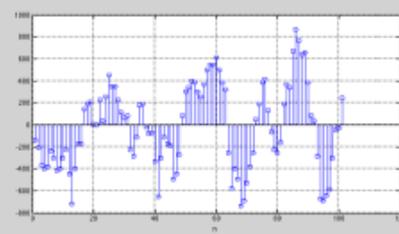


Cuantizada,  $x_Q(t)$  :

Tiempo Continuo, Amplitud discreta.



Muestreadas,  $x_s[n]$  :



Digital,  $x_Q[n]$  :

Figura 2. 20: Ejemplos de señales en tiempo continuo y discreto.

Fuente: <http://ocw.um.es/ingenierias/sistemas-embebidos/material-de-clase-1/ssee-t04.pdf>

## 2.4.2. Señales periódicas y no periódicas

Un tipo importante de señales que encontraremos con frecuencia es la clase de señales *periódicas*. Una señal periódica continua  $x(t)$  tiene la característica de que hay un valor positivo  $T$  para todos los valores de  $t$ , el cual: (Oppenheim, Nawab, & Willsky, 1998)

$$x(t) = x(t + T)$$

Siendo  $T > 0$  una constante denominada período fundamental, se considera una señal periódica. Si una señal  $x(t)$  no es periódica se denomina señal aperiódica. Las señales sinusoidales son ejemplos familiares de señales periódicas. Una señal sinusoidal (ver figura 2.21) real se puede expresar matemáticamente como una función que varía con el tiempo de la siguiente forma: (Soliman & Srinath, 1999)

$$x(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

Donde:

$A$  – amplitud

$\omega_0$  = frecuencia angular en rad/s.

$\varphi$  = ángulo de fase inicial con respecto al origen temporal en radianes.

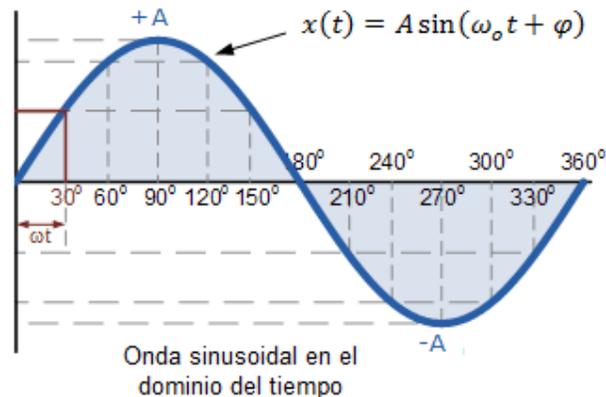


Figura 2. 21: Función sinusoidal en el dominio del tiempo.

Fuente: <http://comunicationsone.wordpress.com/2011/01/24/resumen-clases-3-semana/>

Un ejemplo particular y conocido en el área de matemáticas son las funciones trigonométricas, que para el presente caso la función sinusoidal son periódicas cuyo período  $T = 2\pi/\omega_0$  para todos los valores de  $\omega_0$ . La ecuación ya descrita es denominada 'onda sinusoidal', presente en fenómenos físicos, tales como: el voltaje de salida de un alternador eléctrico, desplazamiento de un muelle (masa-resorte).

A parte de la señal sinusoidal (seno) en la figura 2.22 se muestran otros tipos de señales periódicas como la señal cuadrada, triangular y diente de sierra que sirve como aplicaciones en generadores de ondas, osciloscopios, analizadores de espectros, etc.

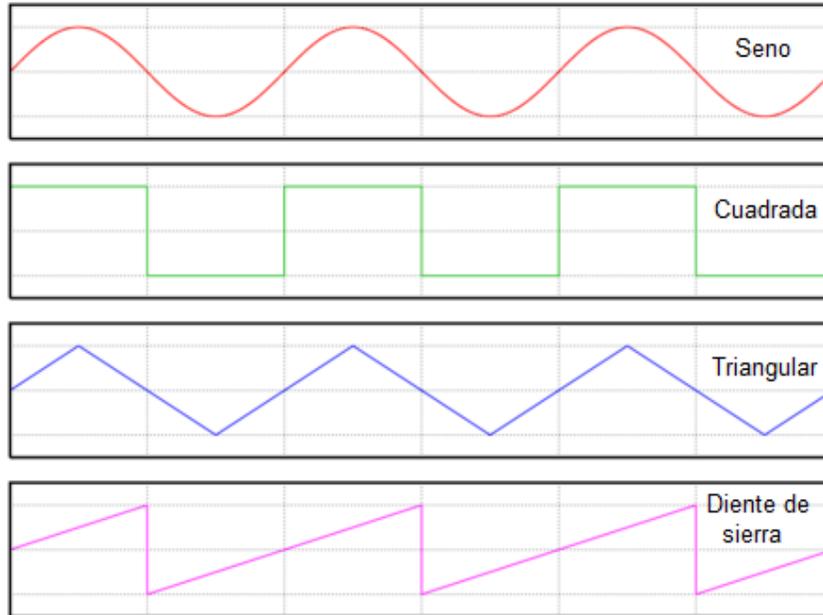


Figura 2. 22: Diferentes formas de onda: Seno, cuadrada, rectangular y diente de sierra.

Fuente: [http://es.encydia.com/pt/Forma\\_de\\_onda](http://es.encydia.com/pt/Forma_de_onda)

La suma de dos señales periódicas  $x(t)$  y  $y(t)$  puede ser o no ser periódica, suponiendo sus períodos fundamentales  $T_1$  y  $T_2$  respectivamente, entonces:

$$x(t) = x(t + kT_1) \quad \text{y} \quad y(t) = y(t + lT_2)$$

Donde  $k$  y  $l$  son enteros y que la suma de las dos funciones, es;

$$z(t) = ax(t) + by(t)$$

Sustituyendo los valores obtenidos en  $x(t)$  y  $y(t)$ , queda:

$$z(t) = ax(t + kT_1) + by(t + lT_2)$$

Para que la función  $x(t)$  sea periódica es necesario que cumpla:

$$ax(t+T) + by(t+T) = ax(t+kT_1) + by(t+lT_2)$$

Por lo tanto tenemos que:

$$T = kT_1 = lT_2$$

Finalmente para que la suma de dos señales periódicas sea periódica si el cociente de sus respectivos períodos se puede expresar como un número racional:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{l}{k}$$

De acuerdo a (Oppenheim, Nawab, & Willsky, 1998) las señales periódicas discretas son definidas de manera analógica, con período  $N$  (es un entero positivo) si no cambia con un corrimiento de tiempo de  $N$ , es decir, si:

$$x[n] = x[n+N]$$

Para todos los valores de  $n$ , si dicha ecuación se satisface, entonces  $x[n]$  es también periódica con períodos  $2N, 3N, \dots$

Una señal aperiódica, cambia constantemente sin exhibir ningún patrón (ver figura 2.23) o ciclo que se repita en el tiempo. Cualquier señal aperiódica puede ser descompuesta mediante la transformada de Laplace en un número infinito de señales periódicas. Las características de una señal periódica proporciona, además, conocimientos sobre las señales aperiódicas, que pueden ser:

- a. Estrictamente limitadas en el tiempo
- b. Asintóticamente limitadas en el tiempo

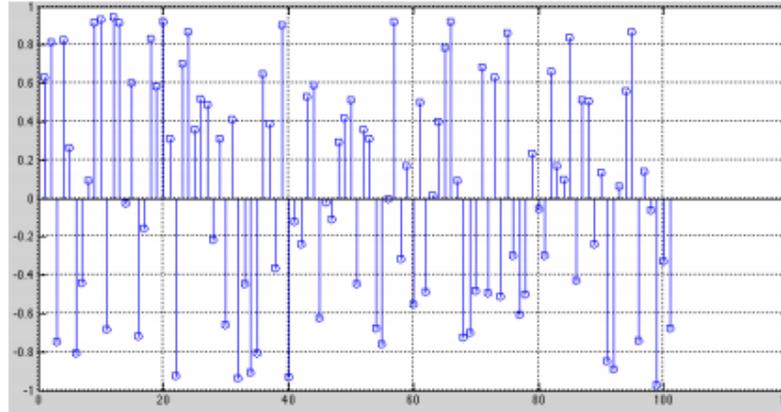


Figura 2. 23: Señal aperiódica discreta en el tiempo.

Fuente: <http://ocw.um.es/ingenierias/sistemas-embebidos/material-de-clase-1/ssee-t04.pdf>

### 2.4.3. Señales par e impar.

Según (Oppenheim, Nawab, & Willsky, 1998) existe otro conjunto de propiedades útiles de las señales relacionado con la simetría que presentan con la inversión de tiempo, una señal  $x(t)$  o  $x[n]$  es conocida como una señal *par* si es idéntica a su contraparte invertida en el tiempo, es decir, con su reflejo respecto del origen.

Una señal en tiempo continuo (ver figura 2.24) y discreto es **par** si:

$$x(-t) = x(t)$$

$$x[-n] = x[n]$$

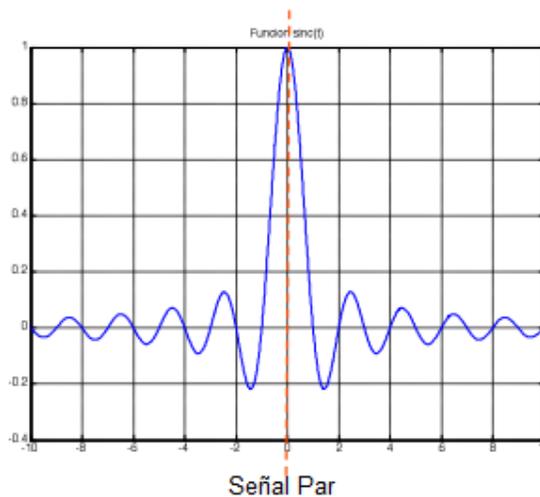


Figura 2. 24: Señal par en tiempo continuo.

Fuente: <http://ocw.um.es/ingenierias/sistemas-embebidos/material-de-clase-1/ssee-t04.pdf>

Una señal en tiempo continuo (ver figura 2.25) y discreto es **impar** si:

$$x(-t) = -x(t)$$

$$x[-n] = -x[n]$$

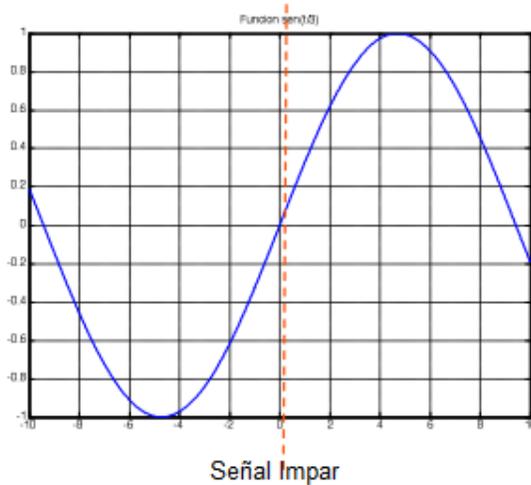


Figura 2. 25: Señal impar en tiempo continuo.

Fuente: <http://ocw.um.es/ingenierias/sistemas-embebidos/material-de-clase-1/ssee-t04.pdf>

Ahora se puede escribir una señal arbitraria  $x(t)$  como la suma de dos señales par e impar:

$$x(t) = \underbrace{x_p(t)}_{\text{par}} + \underbrace{x_o(t)}_{\text{impar}}$$

Donde  $x_p(t)$  es la parte par de  $x(t)$  que se expresa de la siguiente forma:

$$x_p(t) = \frac{1}{2} [x(t) + x(-t)]$$

Y  $x_o(t)$  es la parte impar de  $x(t)$  que se expresa así:

$$x_o(t) = \frac{1}{2} [x(t) - x(-t)]$$

Verificar que la parte par es de hecho par, que la parte impar es impar y que  $x(t)$  es la suma de las dos. (Oppenheim, Nawab, & Willsky, 1998) En

la figura 2.26 se muestra la señal par e impar de la señal original  $x(t) = 4 \cdot \{t \cdot [u(t) - u(t - 1)] + (-t + 2) \cdot [u(t - 1) - u(t - 2)]\}$ , en el intervalo  $[-4, 4]$ . En el caso de discreto es forma analoga.

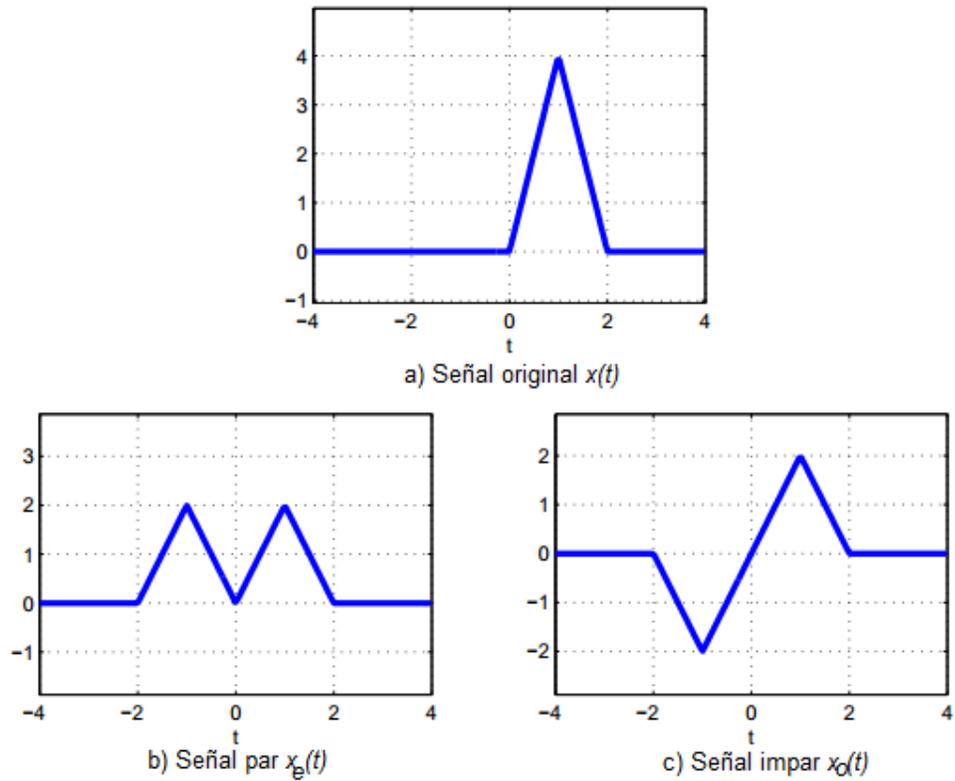


Figura 2. 26: Señal impar en tiempo continuo.

Fuente: [http://www.tsc.uc3m.es/docencia/SyC/docs/Practica2\\_SyC\\_07-08.pdf](http://www.tsc.uc3m.es/docencia/SyC/docs/Practica2_SyC_07-08.pdf)

## Capítulo 3: Filtros Digitales en MatLab

### 3.1. Introducción a MatLab.

MatLab se considera como una herramienta matemática técnica, que permite brindar grandes prestaciones para diversas aplicaciones en carreras de ingeniería como las matemáticas (cálculo numérico, análisis numérico y algebra lineal), procesamiento de señales e imágenes, etc. El entorno de operación de MatLab es fácil de utilizar y muchas veces considerado como un sistema interactivo.

MatLab es ampliamente conocido y utilizado en universidades e institutos para el aprendizaje en cursos básicos y avanzados de matemáticas, ciencias y, específicamente, ingeniería. En la industria se utiliza habitualmente en investigación, desarrollo y diseño de prototipos. La mayoría de usuarios de MatLab eran personas que tenían conocimientos previos sobre lenguajes de programación como FORTRAN o C, y que decidieron cambiarse a MatLab una vez que este software se hizo suficientemente popular. ( Gilat, 2006)

MatLab, desde las primeras versiones dispuso de **help** y **demo**, para iniciación rápida. La información suministradas a través de los menús de estas ayudas, correspondientes a la últimas versiones, crecieron de forma exponencial, siendo su utilidad práctica disponer de un libro resumen de MatLab, en donde se encuentren los comandos de uso más frecuente, a la vez que se muestren sus aplicaciones prácticas en ejercicios, desde lo más sencillo, hasta otros de mayor complejidad. (Gil R., 2003)

En la figura 3.1 se puede observar una pequeña aplicación en matemáticas para el caso de una gráfica en 3 D.

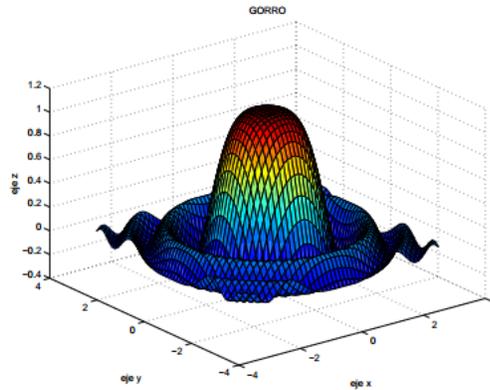


Figura 3. 1: Gráfica en 3 D.

Fuente: <http://www.esi2.us.es/~mlm/RAN/ManualMatlabRAN.pdf>

### 3.2. Breve historia de MatLab.

*The MathWorks* fue creada por Jack Little y Cleve Moler, quienes vieron la necesidad entre ingenieros y científicos de producir un lenguaje de programación complejo y desarrollado en C. Fue por esto que los dos fundadores combinaron sus conocimientos de ingeniería, matemáticas avanzadas y computación para desarrollar lo que hoy es MatLab. En 1970 fue originalmente escrito Matrix LABoratory (Laboratorio de matrices) para acceder de manera fácil al software de matrices LINPACK y EISPACK sin tener que usar Fortran. En la figura 3.2 se muestra la ventana de inicio de MatLab y una matriz de 6x6 la misma que se desarrolla fácilmente.

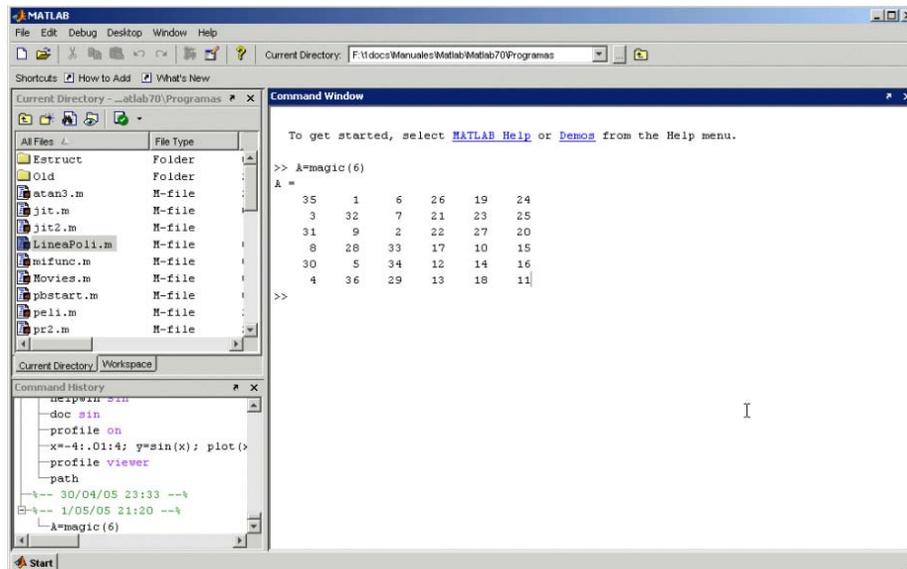


Figura 3. 2: Ventana de inicio de MatLab.

Fuente: El Autor

### 3.3. Librería de Aplicaciones de MATLAB

MatLab maneja una extensa librería de aplicaciones para la cual sólo describiremos las más importantes para el presente trabajo:

#### 3.3.1. Signal Processing Toolbox.

MatLab cuenta con una gran repertorio de funciones para el tratamiento o procesamiento de señales en el Signal Processing Toolbox que se muestra en la figura 3.3, la que nos permite incluir funciones para:

- a. El análisis de filtros digitales incluyendo respuesta en frecuencia, retardo de grupo, retardo de fase.
- b. La implementación de filtros, tanto directo como usando técnicas en el dominio de la frecuencia basadas en la FFT.
- c. El diseño de filtros IIR, incluyendo Butterworth, Chebyshev tipo I, Chebyshev tipo II y elíptico.
- d. El diseño de filtros FIR mediante el algoritmo óptimo de Parks-McClellan.
- e. El procesamiento de la transformada rápida de Fourier FFT, incluyendo la transformación para potencias de dos y su inversa, y transformada para no potencias de dos.

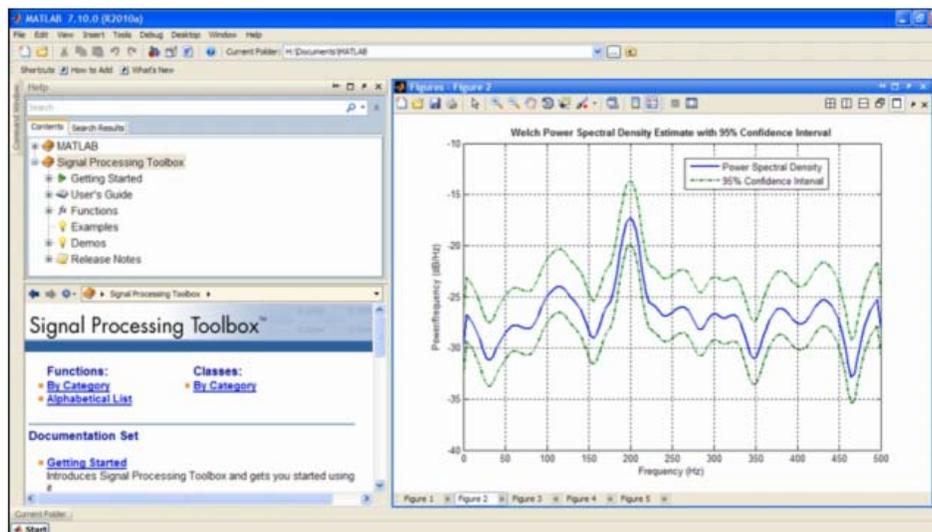


Figura 3. 3: Ventana del Toolbox para procesamiento de señales.

Fuente: <http://www.mathworks.com/videos/signal-processing-toolbox-overview-61202.html>

Estas funciones nos permitirá desarrollar varios proyectos de investigación de acuerdo a las nuevas líneas de investigación que desarrollará la Facultad de Educación Técnica para el Desarrollo (FETD) y proyectos de titulación tanto en pregrado (Ingeniería en Telecomunicaciones) y posgrado (Maestría en Telecomunicaciones).

### **3.3.2. The MatLab C Math Library.**

Para la presente librería de aplicaciones el usuario cuenta con la capacidad computacional de MatLab bajo una librería en formato objeto enlazable. El objetivo principal para MatLab es soportar el desarrollo de aplicaciones 'stand alone' mediante su compilador, aunque independientemente de emplear MatLab, los programadores avezados en C necesitan prestaciones computacionales robustas y de alto rendimiento. Para usuarios clásicos de MatLab, se elimina cualquier necesidad de volver a reescribir algoritmos en lenguaje C. Para usuarios nuevos en la tecnología MatLab, ofrece una nueva vía para la reducción del tiempo de desarrollo y puesta a punto de aplicaciones. MatLab C Math Library, proporciona una amplia gama de funciones clásicas del programa MatLab, como librerías objeto, incluyendo básicamente las categorías de funciones presentes en MATLAB y ficheros M compilados para:

- a. Álgebra lineal.
- b. Funciones matemáticas elementales y especializadas.
- c. Operadores lógicos y aritméticos. 8
- d. Matrices elementales y manipulación de vectores.
- e. Matrices especiales.
- f. Estadística básica y análisis de datos.
- g. Polinomios e interpolación.
- h. Gestión de cadenas de caracteres.
- i. Entradas y Salidas.
- j. Gestión de memoria y errores.

### 3.3.3. The MatLab Compiler Toolbox.

El compilador de MatLab permite crear códigos en C optimizado procedente de ficheros M (M files) de MatLab. Este compilador puede ser utilizado de dos modos:

1. **Generador MEX automático**, puede convertir ficheros M en funciones C ejecutables dentro de MATLAB.
2. **Generador de código C fuente**, puede construirse aplicaciones ejecutadas independientemente de MATLAB.

Estas aplicaciones externas requieren de la MatLab C Math Library, que está disponible separadamente, que permite la conversión automática de ficheros M en código C, el compilador elimina consumo de tiempo y la conversión manual de código.

### 3.3.4. Symbolic Math Toolbox.

El Toolbox de Matemática Simbólica, tiene la capacidad de realizar cálculos simbólicos soportando además librerías especializadas, y los programas realizados para este último. Los principales tipos de operaciones soportados son para la:

- a. **Algebra simbólica**: Derivación, integración y simplificación de expresiones matemáticas.
- b. **Algebra lineal exacta**: Inversas, determinantes, autovalores y formas canónicas de matrices simbólicas.
- c. **Aritmética de precisión variable**: Evaluación de expresiones matemáticas con diversos grados de precisión.
- d. **Resolución de ecuaciones**: Resolución numérica y simbólica de ecuaciones algebraicas y diferenciales.
- e. **Funciones matemáticas especiales**: Evaluación de la mayoría de las funciones utilizadas en matemáticas aplicadas.

### 3.3.5. Image Processing Toolbox.

El Toolbox para procesamiento de imágenes proporciona un conjunto de funciones que amplía las capacidades del producto para realizar desarrollo de aplicaciones y de nuevos algoritmos en el campo del

proceso y análisis de imágenes. El entorno matemático y de creación de MatLab es ideal para el procesado de imágenes, ya que estas imágenes son, al fin y al cabo, matrices. Este Toolbox incorpora funciones para:

- a. Diseño de filtros.
- b. Mejora y retocado de imágenes.
- c. Análisis y estadística de imágenes.
- d. Operaciones morfológicas, geométricas y de color.
- e. Transformaciones 2D.

El proceso de imágenes es un campo de trabajo absolutamente crucial para aquellos colectivos e industrias que estén trabajando en áreas como diagnóstico médico, astronomía, geofísica, ciencias medioambientales, análisis de datos en laboratorios, inspección industrial, etc. Los programas actuales de procesado y análisis de imágenes se clasifican actualmente en dos categorías: librerías de bajo nivel para programadores profesionales y paquetes de aplicación con capacidades limitadas de personalización. Ambos tipos de aplicaciones están, generalmente, pensados para tareas básicas de visualización de datos y 'rendering'. Sin embargo, muchos de ellos adolecen de la posibilidad de efectuar análisis numéricos de los mismos.

El Image Processing Toolbox entra dentro de la categoría de familias de funciones que, desde el entorno de trabajo de MatLab, permitirá al profesional efectuar una exploración exhaustiva y desde un punto de vista matemático de las imágenes y gráficos que se deseen tratar o analizar. Algunas de las funciones más importantes incluidas dentro de este Toolbox son las siguientes:

- a. Análisis de imágenes y estadística.
- b. Diseño de filtros y recuperación de imágenes.
- c. Mejora de imágenes.
- d. Operaciones morfológicas.
- e. Definición de mapas de colores y modificación gráfica.
- f. Operaciones geométricas.
- g. Transformación de imágenes.

- h. Proceso de bloques

### **3.4. Descripción del Diseño de Filtros Digitales.**

Por convención, cuando se utiliza el término “filtro digital” implícitamente se hace referencia a sistemas LTI. Cuando se trata de sistemas no lineales, o sistemas variantes en el tiempo, se hace mención expresa de esa condición. En general, el diseño de filtros se compone de cuatro fases:

- a. Especificación: En esta etapa se evalúa la aplicación concreta y se levanta la lista de requisitos que debe cumplir el filtro, como factores de ganancia, frecuencias de corte, bandas pasantes, rizado en las bandas pasantes y de rechazo, etc.
- b. Dimensionamiento: De acuerdo a las especificaciones se dimensiona el filtro, seleccionando orden y tipo de filtro, el dominio de diseño (analógico con transformación o directamente digital, por optimización, etc.), decisión si utilizar FIR o IIR, consideraciones de las implicaciones de causalidad, etc.
- c. Realización: Se establece aquí la estructura a utilizar, forma directa I o II, estructura en cascada, en paralelo, así como optimizaciones algorítmicas permitidas por la aplicación específica.
- d. Implementación: Se ocupa de aspectos de lenguaje de programación (C, ensamblador, etc.), plataforma de prototipado (MatLab, LabVIEW), sistemas integrados de desarrollo (p. ej. Code Composer Studio), sistemas empotrados, etc. En ciertas aplicaciones es necesario el desarrollo de circuitos para hardware reconfigurable (FPGA, CPLD, etc.) o incluso el diseño de ASIC, si las restricciones de velocidad lo hacen necesario.

La complejidad del dimensionamiento y realización de los filtros llega a ser de similar complejidad que su implementación. Los tiempos requeridos para la implementación dependen del nivel de abstracción del diseño. Mientras más abstracto sea el nivel de diseño (por ejemplo, con herramientas de prototipado rápido), menor será el tiempo de diseño y mayor la exhibición, aunque el tiempo de ejecución es menos controlable.

En el mercado laboral de PDS, es usual encontrar compañías que elaboran las secciones críticas del procesamiento digital en lenguaje ensamblador, o que utilizan FPGA para dicho procesamiento. Esto requiere mayores tiempos en su desarrollo (lo que hace al proceso más caro), y usualmente la exhibibilidad de cambios es menor comparada a las herramientas de prototipado rápido, o lenguajes de programación genéricos.

En general, el diseño de filtros digital se concentra en el diseño de un sistema que cumpla ciertos requisitos para su respuesta en magnitud. La fase queda determinada por las consideraciones de estabilidad (particularmente en filtros IIR) o consideraciones de fase lineal (en filtros FIR).

### **3.5. Filtrado digital de señales**

Un filtro es un sistema o una red que cambia selectivamente la forma de onda, o las características amplitud-frecuencia o fase-frecuencia de una manera deseada. Los objetivos comunes del proceso de filtrado son mejorar la calidad de la señal, por ejemplo removiendo o atenuando el nivel de ruido, extrayendo información de dos o más señales previamente combinadas para hacer uso eficiente de un canal de comunicación, etc.

En la definición de sistema se pueden incluir no solo dispositivos físicos, sino también realizaciones de software de operaciones sobre una señal. En el procesamiento de señales, las operaciones realizadas sobre una señal constan de varias operaciones matemáticas especificadas por un programa o software [9]

Un filtro digital es un algoritmo implementado en hardware y/o software que opera sobre una señal de entrada digital (discreta en tiempo y cuantizada en amplitud) y genera una señal digital de salida, con la finalidad de efectuar un proceso de filtrado. El término "filtro digital" se refiere al hardware o software específico que ejecuta el algoritmo. Los filtros digitales trabajan sobre valores numéricos asociados a muestras de

esas señales analógicas previamente digitalizadas por conversores A/D o simplemente sobre un conjunto de números almacenados en la memoria de una computadora o microprocesador.

En realidad un filtro digital es un Filtro Conmutador, donde la señal de entrada pasa por una resistencia hasta llegar a un switch. El switch va pasando por un banco de capacitores de una manera muy rápida pero regular. Cuando el switch llega al último capacitor este regresa al primero y vuelve a empezar la secuencia. Si el switch se quedará en un capacitor tendríamos un filtro pasa bajas, pero mientras va cambiando de capacitor en capacitor se comporta como un filtro pasa banda. Dependiendo del número de capacitores con los que se cuente, su valor y el valor de la resistencia se puede saber cual será la frecuencia central de paso. Este valor se puede calcular con la siguiente ecuación [4]:

$$F_c = \frac{1}{2nRC}$$

En la Figura 3.4 se muestra un diagrama bloque simplificado de un filtro digital que opera en tiempo real, con entradas y salidas analógicas. La señal de entrada, limitada en banda, se muestrea periódicamente y se convierte en una serie de muestras  $x[n]$ ,  $n = 0, 1, \dots$ . El procesador digital convierte la sucesión de entrada  $x[n]$  en una sucesión de salida  $y[n]$  de acuerdo al algoritmo de cómputo.



Figura 3. 4: Diagrama de bloque para un filtro digital.

Fuente: El autor

El convertor digital-analógico convierte la salida digital  $y[n]$  a valores continuos en tiempo que son procesados por un filtro analógico para suavizar la forma de onda y remover componentes no deseadas de alta frecuencia. Los filtros digitales juegan un papel muy importante en el procesamiento digital de señales. En gran número de aplicaciones, como

compresión de datos, procesamiento de señales biomédicas, procesamiento de señales de voz, procesamiento de imágenes, transmisión de datos, audio digital, cancelamiento de ecos telefónicos, se prefieren por sobre los filtros analógicos por uno o más de los siguientes motivos:

- a) Los filtros digitales pueden tener características que son imposibles de conseguir con filtros analógicos, como por ejemplo una respuesta de fase exactamente lineal.
- b) El desempeño de los filtros digitales no varía con las condiciones ambientales (temperatura, humedad, etc.) como sí ocurre con los filtros analógicos, lo que elimina la necesidad de calibrarlos periódicamente.
- c) Si el filtro se implementa utilizando un procesador programable la respuesta en frecuencia de un filtro digital puede ajustarse a voluntad (filtrado adaptivo).
- d) El mismo filtro puede procesar varias señales o canales de entrada sin necesidad de replicar el hardware.
- e) Las señales filtradas y sin filtrar pueden almacenarse para uso o análisis posterior.
- f) Los avances en las técnicas de integración VLSI hacen que sea posible fabricar filtros digitales pequeños, de bajo consumo, y de muy bajo costo.
- g) La precisión con que un filtro digital verifica las especificaciones de diseño está limitada solamente por la longitud de palabra (bits) utilizada para representar los coeficientes del filtro y ejecutar las operaciones aritméticas; con los filtros analógicos es difícil lograr atenuaciones que excedan los 60 o 70 dB en la banda de rechazo (utilizando componentes convencionales).
- h) El desempeño de los filtros digitales es repetible de unidad a unidad.
- i) Los filtros digitales pueden utilizarse a muy bajas frecuencias, como las que se encuentran en aplicaciones biomédicas, donde el empleo de filtros analógicos es poco práctico por los valores muy elevados de los componentes pasivos involucrados (capacitores, inductancias).

Además, los filtros digitales pueden trabajar sobre un amplio rango de frecuencias simplemente cambiando la frecuencia de muestreo.

Sin embargo, los filtros digitales también presentan una serie de desventajas respecto a los filtros analógicos:

1. **Limitación de frecuencia.** La frecuencia de Nyquist –que fija el ancho de banda útil que el filtro puede procesar– queda definida por el proceso de conversión (tiempos de conversión del conversor A/D y D/A), velocidad del procesador, cantidad de operaciones a ejecutar por unidad de tiempo, etc. Este último término se incrementa a medida que aumenta la exigencia de las características de respuesta del filtro (filtros muy abruptos).
2. **Efectos de longitud finita de palabra.** En general, los coeficientes del filtro implementado serán distintos de los calculados teóricamente si la representación numérica que se utiliza para implementar el filtro no es de precisión infinita (punto flotante). No sólo influye la cuantización de los coeficientes del filtro, sino también el redondeo de las operaciones numéricas, la cuantización del conversor A/D y D/A, la truncación que ocurre al almacenar los contenidos del acumulador en memoria, etc. Estos efectos, que se modelan como fuentes de ruido de distribución uniforme, pueden limitar seriamente el desempeño de los filtros digitales: variaciones de ganancia en la banda de paso, menor atenuación en la banda de rechazo, y hasta pueden conducir a la inestabilidad en filtros recursivos de orden elevado.
3. **Tiempos de diseño y desarrollo prolongados.** Los tiempos de diseño y desarrollo de un filtro digital, en especial el diseño del hardware puede ser muy superior al necesario para el diseño de un filtro analógico. Sin embargo, una vez que se dispone del hardware o el software necesario, la misma plataforma puede utilizarse para muchas otras tareas de filtrado o procesamiento digital de señales con poca o ninguna modificación. Además, el desarrollo de herramientas de CAD avanzadas hacen que el diseño de filtros sea una tarea agradable y sencilla, aunque aún así es necesaria cierta experiencia para aprovecharlas íntegramente.

Existen sistemas de filtrado digital que pueden ser filtros con respuesta finita al impulso (FIR) y los filtros con respuesta infinita al impulso (IIR).

### 3.6. Causalidad y sus implicaciones

Sea  $h(n)$  la respuesta impulsional de un filtro paso bajo ideal con respuesta en frecuencia

$$H(\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| \leq \omega_c \\ 0 & \omega_c < \omega < \pi \end{cases}$$

$$h(n) = \begin{cases} \frac{\omega_c}{\pi} & n = 0 \\ \frac{\omega_c \sin(\omega_c n)}{\pi \omega_c n} & \text{en otro caso} \end{cases}$$

que obviamente no es causal y por tanto no realizable. Pero ¿cómo debe ser  $H(\omega)$  para que  $h(n)$  sea causal? Esta pregunta la responde el Teorema de Paley-Wiener que afirma si  $h(n)$  tiene energía finita y es causal ( $h(n) = 0, n < 0$ ) entonces:

$$\int_{-\pi}^{\pi} |\ln|H(\omega)|| d\omega < \infty$$

Si esta ecuación se cumple para  $H(\omega)$  entonces puede buscarse una respuesta de fase asociada  $\theta(\omega)$  tal que  $H(\omega) = |H(\omega)|e^{j\theta(\omega)}$  represente una señal causal. Matemáticamente a este teorema la función  $|H(\omega)|$  puede ser cero en frecuencias puntuales aisladas, pero no en una banda finita, puesto que la integral se haría infinita. Por lo tanto, ningún filtro ideal es causal.

Puesto que  $h(n)$  se puede separar en componentes par e impar:

$$h(n) = h_p(n) + h_o(n)$$

$$h_e(n) = \frac{1}{2} [h(n) + h(-n)]$$

$$h_o(n) = \frac{1}{2} [h(n) - h(-n)]$$

Si  $h(n)$  es causal entonces se tiene además:

$$h(n) = 2h_e(n)u(n) - h_e(0)\delta(n) = 2h_o(n)u(n) + h_e(0)\delta(n)$$

$$h_e(n) = h_o(n), \quad n \geq 0$$

Y si  $h(n)$  es absolutamente sumable (estable BIBO) entonces:

$$H(\omega) = H_R(\omega) + jH_I(\omega)$$

Y puesto que  $h(n)$  es causal y real entonces:

$$h_e(n) \rightarrow H_R(\omega)$$

$$h_o(n) \rightarrow H_I(\omega)$$

Con lo que podemos deducir que  $H_R(\omega)$  es suficiente para establecer  $H(\omega)$ . En otras palabras  $H_R(\omega)$  y  $H_I(\omega)$  son interdependientes y no se pueden especificar libremente para sistemas causales. Para establecer la relación entre las partes real e imaginaria de la respuesta en frecuencia se plantea utilizando el teorema del enventanado.

$$H(\omega) = H_R(\omega) + jH_I(\omega) = \mathcal{F}\{2h_e(n)u(n) - h_e(0)\delta(n)\}$$

$$H(\omega) = 2[H_R(\omega) * U(\omega)] - h_e(0)$$

$$H(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_R(\lambda) U(\omega - \lambda) d\lambda - h_e(0)$$

Que con:

$$u(n) \rightarrow U(\omega) = \pi\delta(\omega) + \frac{1}{1 - e^{-j\omega}}$$

$$u(n) \rightarrow U(\omega) = \pi\delta(\omega) + \frac{1}{2} - j\frac{1}{2}\cot\frac{\omega}{2}, \quad -\pi \ll \omega \ll \pi$$

Es equivalente a:

$$H(\omega) = \underbrace{\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_R(\lambda) \pi \delta(\omega - \lambda) d\lambda}_{H_R(\omega)} + \underbrace{\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_R(\lambda) \frac{1}{2} d\lambda}_{h_p(\omega)}$$

$$+ \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_R(\lambda) \frac{j}{2} \cot\left(\frac{\omega - \lambda}{2}\right) d\lambda - h_p(\omega)$$

Y puesto que:

$$H_R(\omega) + jH_i(\omega) = H_R(\omega) - \frac{j}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_R(\lambda) \cot\left(\frac{\omega - \lambda}{2}\right) d\lambda$$

$$H_i(\omega) = -\frac{j}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_R(\lambda) \cot\left(\frac{\omega - \lambda}{2}\right) d\lambda$$

Denominada la Transformada de Hilbert discreta de  $H_R(\omega)$ . La causalidad además tiene otras consecuencias aquí no demostradas, como por ejemplo que no puede ser constante en ningún rango finito de frecuencias y la transición de la banda de paso a la banda de rechazo no puede ser infinitamente abrupta. Por estas razones, las respuestas en magnitud de filtros reales solo pueden ser aproximaciones de las versiones ideales, tal y como lo muestra la figura 3.5.

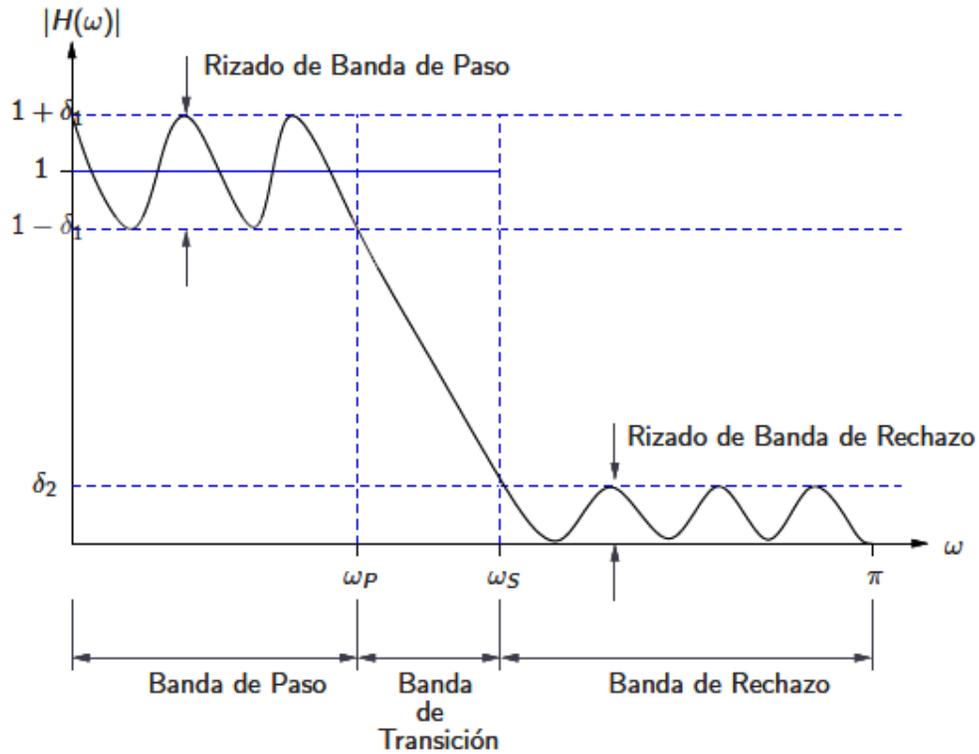


Figura 3. 5: Respuesta espectral de un filtro real pasa bajas.  
Fuente: El autor

La frecuencia angular  $\omega_p$  define el límite superior de la banda de paso y así el ancho de banda del filtro. La frecuencia angular  $\omega_s$  indica el inicio de la banda de rechazo. El ancho de banda de transición es entonces  $\omega_s - \omega_p$ . Los rizados de las bandas de paso y rechazo son  $\delta_1$  y  $\delta_2$  respectivamente.

En aplicaciones reales se debe especificar entonces antes de diseñar el filtro:

- a. Máximo rizado permitido en la banda de paso  $\delta_1$ .
- b. Máximo rizado permitido en la banda de rechazo  $\delta_2$ .
- c. Frecuencia de corte de la banda de paso  $\omega_p$ .
- d. Frecuencia de corte de la banda de rechazo  $\omega_s$ .

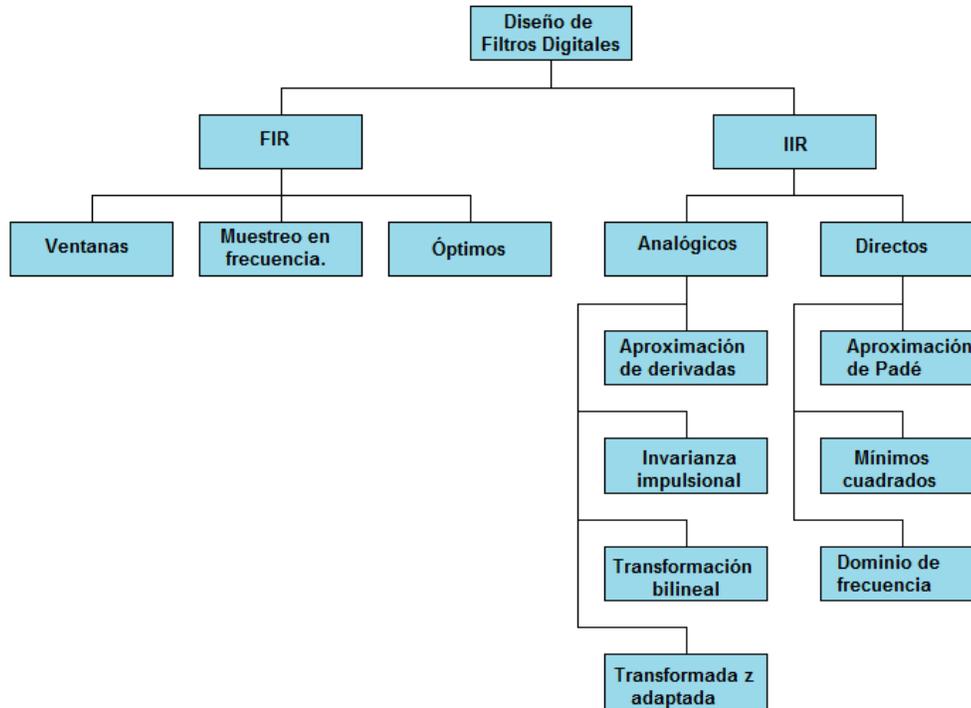


Figura 3. 6: Métodos para el diseño de filtros.  
Fuente: El autor

Las dos últimas se escogen usualmente en términos de potencia mitad. El grado en que  $H(\omega)$  acata las especificaciones depende en parte de los criterios utilizados para seleccionar  $a_k$  y  $b_k$ , así como del número de polos y ceros utilizados. Generalmente el diseño de filtros se concentra en el tipo pasa bajos, para lo que existen gran variedad de técnicas. Algunas de ellas se muestran en la figura 3.6 y se ilustran con más detalle en [15]. Existen métodos para transformar los filtros pasa bajos a otros tipos como paso alto o paso banda.

### 3.7. Filtros de respuesta de impulso finita. (FIR)

Para el estudio de los filtros FIR nos centramos principalmente en los filtros paso bajo, pero en la mayoría de los resultados se aplicarán otros tipos de respuesta. Se presentamos métodos o técnica para el diseño de filtros FIR como un compromiso para obtener banda de paso o banda

suprimida. La descripción de los filtros FIR se basa en el estudio de (Losada R. , 2004) (Losada R. , 2004) . Sin embargo, se ha expandido e incluye nueva sintaxis y características del Toolbox diseño del filtro.

Hay muchas razones para la cual utilizaremos el diseño de filtros FIR digitales. Algunos de ellos son:

1. Camino simple y robusto para diseñar filtros digitales.
2. Inherentemente estable cuando se implementa de forma no recursiva.
3. Libre de ciclos límite cuando se implementa de manera no recursiva.
4. Fácil de alcanzar la fase lineal.
5. Extensiones simples para filtros adaptativos y tasa múltiple.
6. Relativamente sencillo para obtener diseños de llaveros para las respuestas de magnitud.
7. Algunos fabricantes de hardware especializado sólo admiten FIR.
8. Baja sensibilidad a efectos de cuantificación en comparación con muchos filtros IIR.

Tanto la banda de paso/banda de rechazo y el ancho de transición son indeseables pero son inevitables desviaciones de la respuesta de un filtro de paso bajo ideal que sirve para aproximar una respuesta de impulso finito. Los diseños prácticos de filtros FIR consisten en que las especificaciones de ciertos diseños deben tener un ancho de banda de paso y transición máximo/banda de detención que no superan los valores permitidos.

Adicionalmente, debemos seleccionar el orden del filtro, o de forma equivalente, la longitud de la respuesta impulsional truncada. Una metáfora útil para las especificaciones de diseño en el diseño FIR.

Para un filtro FIR de longitud  $M$  la relación de entrada salida está dada por la convolución:

$$y(n) = \sum_{k=0}^{M-1} b_k x(n-k) = \sum_{k=0}^{M-1} h(k) x(n-k) = h(n) * x(n)$$

Donde la función de transferencia queda:

$$H(z) = \sum_{k=0}^{M-1} h(k) z^{-k} = \frac{1}{z^{M-1}} \sum_{k=0}^{M-1} h(k) z^{M-1-k}$$

Para lo cual las raíces son los ceros del filtro. Dicho filtro tendría una fase inicial si la respuesta impulsional satisface las simetrías:

$$h(n) = \pm h(M-1-n), \quad n = 0, 1, \dots, M-1$$

En otras palabras la transformada  $z$  de  $h(n)$ , implica que  $H(z)$  debe tomar valores par e impar para  $M$ :

a. Si  $M$  es par, tenemos que:

$$H(z) = z^{-(M-1)/2} \sum_{k=0}^{M-1} h(k) [z^{(M-1-2k)/2} \pm z^{-(M-1-2k)/2}]$$

Pero con un valor de  $z = e^{j\omega}$  (forma de Euler) y si asumimos simetría circular para  $h(n) = h(M-1-n)$ , tendríamos que:

$$H(\omega) = e^{-j\omega(M-1)/2} \sum_{k=0}^{M-1} h(k) [e^{j\omega(M-1-2k)/2} \pm e^{-j\omega(M-1-2k)/2}] \frac{2}{2}$$

$$H(\omega) = e^{-j\omega(M-1)/2} 2 \sum_{k=0}^{M-1} h(k) \cos\left(\frac{\omega}{2}(M-1-2k)\right)$$

$$H(\omega) = e^{-j\omega(M-1)/2} H_p(\omega)$$

Donde  $H_r(\omega)$  es la función real de suma ponderada con coeficientes reales  $h(k)$  y términos cosenoidales con argumentos reales. De manera equivalente, en el caso antisimétrico circular  $h(n) = -h(M-1-n)$ :

$$H(\omega) = e^{-j\omega(M-1)/2} \sum_{k=0}^{\frac{M-1}{2}} h(k) \left[ e^{j\omega(M-1-2k)/2} - e^{-j\omega(M-1-2k)/2} \right] \frac{2j}{2j}$$

$$H(\omega) = e^{-j\omega\left(\frac{M-1}{2} - \frac{\pi}{2}\right)} 2 \sum_{k=0}^{\frac{M-1}{2}} h(k) \sin\left(\frac{\omega}{2}(M-1-2k)\right)$$

$$H(\omega) = e^{-j\omega\left(\frac{M-1}{2} - \frac{\pi}{2}\right)} H_r(\omega)$$

b. Si  $M$  es impar, tenemos que:

$$H(z) = z^{-(M-1)/2} \left\{ h\left(\frac{M-1}{2}\right) + 2 \sum_{k=0}^{\frac{M-3}{2}} h(k) \left[ z^{(M-1-2k)/2} \pm z^{-(M-1-2k)/2} \right] \right\}$$

Cuya simetría circular por  $h(n) = h(M-1-n)$  de lo anterior, en el dominio de la frecuencia, queda:

$$H(\omega) = e^{-j\omega(M-1)/2} \left[ h\left(\frac{M-1}{2}\right) + 2 \sum_{k=0}^{\frac{M-3}{2}} h(k) \cos\left(\frac{\omega}{2}(M-1-2k)\right) \right]$$

$$H(\omega) = e^{-j\omega(M-1)/2} H_r(\omega)$$

Ahora con antisimetría circular  $h(n) = -h(M-1-n)$ , que además implica  $h\left(\frac{M-1}{2}\right) = 0$ , por lo tanto:

$$H(\omega) = e^{-j\omega\left(\frac{M-1}{2} - \frac{\pi}{2}\right)} \left[ 2 \sum_{k=0}^{\frac{M-3}{2}} h(k) \sin\left(\frac{\omega}{2}(M-1-2k)\right) \right]$$

$$H(\omega) = e^{-j\omega(M-1)/2} H_r(\omega)$$

$$H(\omega) = e^{-j(\omega \frac{M-1}{2} - \frac{\pi}{2})} H_r(\omega)$$

Adicional debemos recordar que:

$$z^{-(M-1)} H(z^{-1}) = +H(z)$$

Ahora si  $z_k = 0$ , entonces  $z_k^2 = \frac{1}{z_k} = \frac{1}{z_k} = 0$  tal como se ilustra en la figura

3.7.

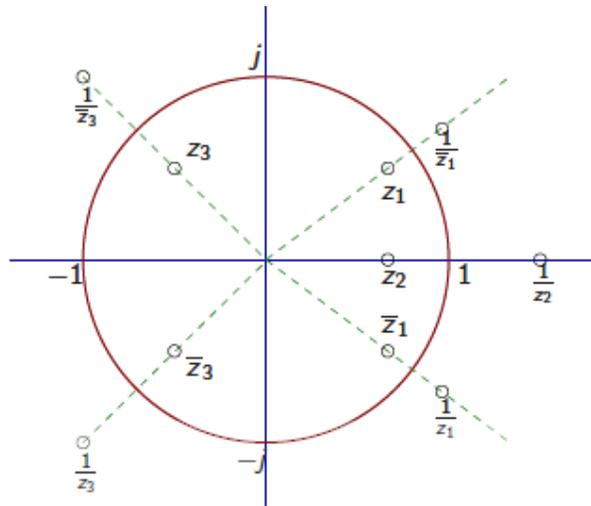


Figura 3. 7: Sistema para la supervisión de la presurización Monitronix  
Fuente: Referencia [12]

La tabla 3.1 se resume las posibilidades que ofrecen por las diferentes simetrías para filtros FIR de fase lineal.

Tabla 3. 1: Simetrías de filtros FIR de fase inicial

Simetría	Simétrica $h(n) = h(M-1-n)$	Antisimétrica $h(n) = -h(M-1-n)$
M par	$H_r(0) = 2 \sum_{k=0}^{\frac{M}{2}-1} h(k)$	$H_r(0) = 0$ No apto como filtro paso bajos
M impar	$H_r(0) = h\left(\frac{M-1}{2}\right) + 2 \sum_{k=0}^{\frac{M-3}{2}} h(k)$	$H_r(0) = H_r(\pi) = 0$ No apto como filtro paso bajos o altos

### 3.7.1. Diseño de Filtros FIR por el método de ventanas.

Sea  $H_d(\omega)$  la respuesta en frecuencia deseada, que usualmente sigue la forma de un filtro ideal. En general, la respuesta impulsional correspondiente  $h_d(n)$  es infinita y dada por la transformada inversa de Fourier:

$$h_d(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_d(\omega) e^{j\omega n} d\omega$$

El filtro FIR se obtiene truncando  $h_d(n)$  por medio de una ventana, como por ejemplo la ventana rectangular:

$$w(n) = \begin{cases} 1 & n = 0, 1, \dots, M-1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Es decir,

$$h(n) = h_d(n)w(n) = \begin{cases} h_d(n) & n = 0, 1, \dots, M-1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

en el dominio de la frecuencia  $H(\omega) = H_d(\omega) * W(\omega)$ , donde:

$$W(\omega) = \sum_{n=0}^{M-1} w(n) e^{j\omega n}$$

Para reducir el efecto de los lóbulos laterales se utilizan ventanas diferentes a la rectangular, caracterizadas por no tener cambios abruptos en el dominio del tiempo (véase la figura 3.8), conduciendo a los lóbulos menores en el dominio de la frecuencia (véase la figura 3.9). Algunas ventajas típicas y sus características se representan en la tabla 3.2.

Tabla 3. 2: Funciones empleadas como ventanas.

Ventana	$h(n), \quad 0 \leq n \leq M-1$	Ancho lobular	Pico lóbulo lateral [dB]
Rectangular	1	$4\pi/M$	-13

Bartlett	$1 - \frac{2 \left  n - \frac{M-1}{2} \right }{M-1}$	$\frac{8\pi}{M}$	-27
Hamming	$0,54 - 0,46 \cos \frac{2\pi n}{M-1}$	$\frac{8\pi}{M}$	-32
Hanning	$\frac{1}{2} \left( 1 - \cos \frac{2\pi n}{M-1} \right)$	$\frac{8\pi}{M}$	-43

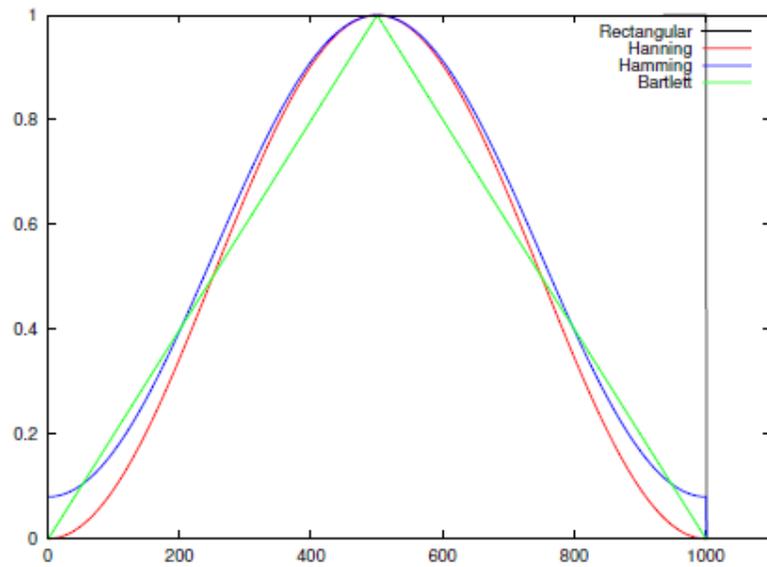


Figura 3. 8: Gráfica del método de la ventana en el dominio del tiempo.

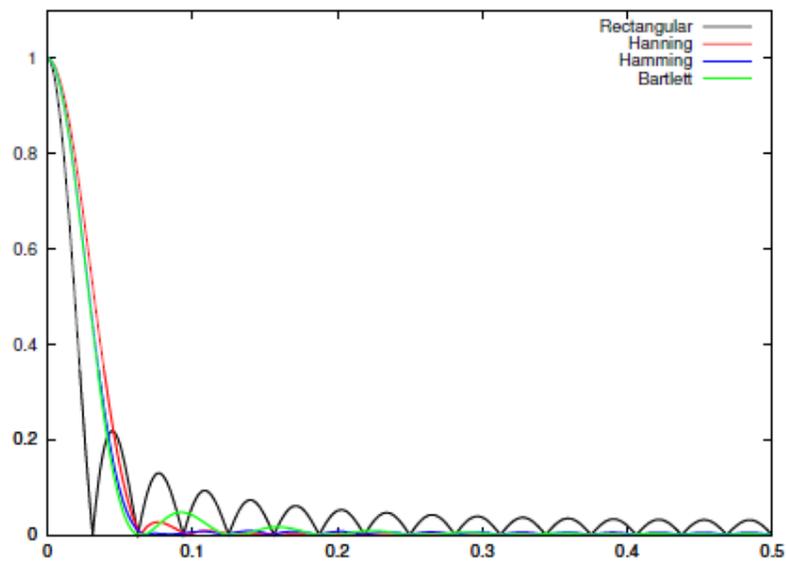


Figura 3. 9: Gráfica del método de la ventana en el dominio de la frecuencia.

### 3.7.2. Diseño de Filtros óptimos

El diseño de filtros se denomina óptimo si el error de aproximación entre la respuesta en frecuencia deseada y la actual se distribuye equitativamente a lo largo de las bandas de paso y rechazo. Dadas las frecuencias de corte para las bandas de paso y rechazo  $\omega_p$  y  $\omega_s$  respectivamente, el filtro debe satisfacer que:

$$1 - \delta_1 \leq H_p(\omega) \leq 1 + \delta_1 \quad |\omega| \leq \omega_p$$

$$-\delta_2 \leq H_r(\omega) \leq \delta_2 \quad |\omega| > \omega_s$$

Donde  $\delta_1$  representa el rizado de la banda de paso y  $\delta_2$  es la atenuación o rizado en la banda de rechazo. Asimismo, utilizando filtros simétricos y antisimétricos de fase lineal representados como:

$$H_p(\omega) = Q(\omega)P(\omega)$$

En la tabla 3.3 se muestran los valores de  $Q(\omega)$  y  $P(\omega)$ . El error de aproximación se define entonces como:

$$E(\omega) = W(\omega)[H_{des}(\omega) - H_p(\omega)]$$

$$E(\omega) = W(\omega)[H_{des}(\omega) - Q(\omega)P(\omega)]$$

$$E(\omega) = W(\omega)Q(\omega) \left[ \frac{H_{des}(\omega)}{Q(\omega)} - P(\omega) \right]$$

Donde  $W(\omega)$  es una función de ponderación de error que usualmente se define como:

$$W(\omega) = \begin{cases} \delta_1 & \omega \text{ en la banda de paso} \\ \delta_2 & \omega \text{ en la banda de rechazo} \\ 1 & \end{cases}$$

Donde  $H_{\text{deseada}}(\omega)$  es la respuesta ideal del filtro deseada que es 1 en la banda de paso y 0 en la de rechazo, por lo tanto:

$$\hat{W}(\omega) = W(\omega)Q(\omega)$$

$$H_{\text{deseada}}(\omega) = \frac{H_{\text{deseada}}(\omega)}{Q(\omega)}$$

Entonces el error se puede describir como:

$$E(\omega) = \hat{W}(\omega)[H_{\text{deseada}}(\omega) - P(\omega)]$$

Tabla 3. 3: Descomposición de Filtros en  $P(\omega)$  y  $Q(\omega)$ .

Simétrico $h(n) = h(M-1-n)$	Simétrico $h(n) = -h(M-1-n)$
<p>Caso 1: M es impar</p> $Q(\omega) = 1$ $P(\omega) = \sum_{k=0}^{(M-1)/2} a(k) \cos \omega k$ $a(k) = \begin{cases} h\left(\frac{M-1}{2}\right) & k=0 \\ 2h\left(\frac{M-1}{2}-k\right) & k=1, 2, \dots, \frac{M-1}{2} \end{cases}$	<p>Caso 3: M es impar</p> $Q(\omega) = \sin(\omega)$ $P(\omega) = \sum_{k=0}^{(M-3)/2} b(k) \cos \omega k$ $b\left(\frac{M-3}{2}\right) = 2h(0)$ $b\left(\frac{M-3}{2}\right) = 4h(1)$ $b(k-1) - b(k+1) = 4h\left(\frac{M-1}{2}-k\right), \quad 2 \leq k \leq \frac{M-3}{2}$ $b(0) + \frac{1}{2}b(2) = 2h\left(\frac{M-3}{2}\right)$
<p>Caso 2: M es par</p> $Q(\omega) = \cos\left(\frac{\omega}{2}\right)$ $P(\omega) = \sum_{k=0}^{M/2-1} c(k) \cos \omega k$ $c(0) = h\left(\frac{M}{2}-1\right)$	<p>Caso 4: M es par</p> $Q(\omega) = \sin\left(\frac{\omega}{2}\right)$ $P(\omega) = \sum_{k=0}^{M/2-1} d(k) \cos \omega k$ $d\left(\frac{M}{2}-1\right) = 4h(0)$

$B(k) = 4h \left( \frac{M}{2} - k \right) - B(k-1), \quad 1 \leq k \leq \frac{M}{2} - 2$ $B\left(\frac{M}{2} - 1\right) = 4h(0)$	$d(k-1) - d(k) = 4h \left( \frac{M}{2} - k \right), \quad 2 \leq k \leq \frac{M}{2} - 1$ $d(0) - \frac{1}{2}d(1) = 2h \left( \frac{M}{2} - 1 \right)$
--	---

Para el diseño del filtro buscaremos los parámetros  $\{\alpha(k)\} = \{a(k), \{b(k), \{c(k)\}$  o  $\{d(k)\}$  que conducen al menor valor máximo de  $|E(\omega)|$ .

$$\arg \min_{\{\alpha(k)\}} \left[ \max_{\omega \in S} |E(\omega)| \right] = \arg \min_{\{\alpha(k)\}} \left[ \max_{\omega \in S} \left| \mathcal{P}(\omega) \left[ H_{dr} - \sum_{k=0}^L \alpha(k) \cos \omega k \right] \right| \right]$$

Donde  $S$  representa el conjunto disyunción de bandas sobre las que se realiza la optimización, la misma que requiere de métodos numéricos de optimización como el algoritmo de intercambio de Remez, basados en el teorema de la alternancia, que establece que la función de error  $E(\omega)$  debe exhibir al menos  $L + 2$  frecuencias extremas en  $S$ , es decir, deben existir al menos  $L + 2$  frecuencias  $\{\omega_t\}$  en  $S$  tales que  $\omega_1 \leq \omega_2 \leq \dots \leq \omega_{L+2}$   $E(\omega_t) = -E(\omega_{t-1})$  y  $|E(\omega_t)| = \max_{\omega \in S} |E(\omega)|$  para  $t = 1, 2, \dots, L + 2$  para que  $P(\omega) = \sum_{k=0}^L \alpha(k) \cos \omega k$  sea la mejor y única aproximación ponderada de  $H_{dr}(\omega)$

El nombre del teorema se debe a la alternancia de signos entre dos extremos consecutivos.

### 3.8. Filtros de respuesta impulsional infinita a partir de filtros analógicos. (IIR)

Puesto que el diseño de filtros analógicos es un campo maduro y bien desarrollado, puede hacerse uso de sus resultados transformando filtros

analógicos, descritos en el dominio de la frecuencia compleja  $s = \sigma + j\Omega$  como:

$$H_a(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{\sum_{k=0}^M \beta_k s^k}{\sum_{k=0}^N \alpha_k s^k}$$

Mediante un mapeado adecuado a filtros digitales entre las variables  $s$  y  $z$ , donde la función de transferencia  $H_a(s)$  se relaciona con la respuesta impulsional  $h(t)$  a través de la transformada de Laplace.

$$H_a(s) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-st} dt$$

Que teniendo un forma racional en la transformación de filtros analógicos se relaciona con la siguiente ecuación diferencial:

$$\sum_{k=0}^N \alpha_k \frac{d^k y(t)}{dt^k} = \sum_{k=0}^M \beta_k \frac{d^k x(t)}{dt^k}$$

Siendo  $x(t)$  la señal de entrada del filtro y la señal de salida es  $y(t)$ . Dado que el sistema descrito por  $H_a(s)$  es estable siendo sus polos del lado izquierdo del eje  $\sigma = 0$ , para lo cual el mapeado de  $s$  a  $z$  es:

- Transformar  $s = j\Omega$  en la circunferencia unitaria en el plano  $z$ .
- El semiplano izquierdo (LHP) de  $z$  debe corresponder con el interior de la circunferencia unitaria.

Como se describió anteriormente un filtro tiene lineal si cumple:

$$H(z) = \pm z^{-N} H(z^{-1})$$

En el caso de los filtros FIR se empleaba para ubicar los ceros, pero para el caso de filtros IIR lo que nos indica que cada polo dentro de la circunferencia unitaria en  $z$  tiene otro polo correspondiente fuera de ella,

ocasionando inestabilidad en el filtro. Es decir, si requiere de un filtro de fase lineal, emplearemos un filtro FIR tratado anteriormente.

Mientras que los filtros IIR se enfocan en el diseño de respuestas en magnitud, dejando las interrelaciones existentes entre la fase y magnitud para determinar la fase, según corresponda mediante la metodología de diseño utilizada.

### 3.8.1. Diseño por aproximación de derivadas.

Para el diseño por aproximación de derivadas debemos considerar la ecuación diferencial:

$$\sum_{k=0}^N \alpha_k \frac{d^k y(t)}{dt^k} = \sum_{k=0}^M \beta_k \frac{d^k x(t)}{dt^k}$$

Donde podemos realizar la aproximación de derivadas haciendo uso de:

$$\left. \frac{dy(t)}{dt} \right|_{t=nT} \approx \frac{y(nT) - y(nT - T)}{T} = \frac{y(n) - y(n-1)}{T}$$

Siendo  $T$  el intervalo de muestreo, para lo cual llevamos al dominio  $s$  y  $z$ :

$$s = \frac{1 - z^{-1}}{T}$$

Y generalizando a la  $k$ -ésima, queda:

$$s^k = \left( \frac{1 - z^{-1}}{T} \right)^k$$

Para lo cual se realiza la aproximación de un filtro IIR digital:

$$H(z) = H_a(s) \Big|_{s = \frac{1 - z^{-1}}{T}}$$

El mapeo de la figura 3.10 muestra la equivalencia entre  $s$  y  $z$  de la siguiente derivada, quedando:

$$z = \frac{1}{1 - sT}$$

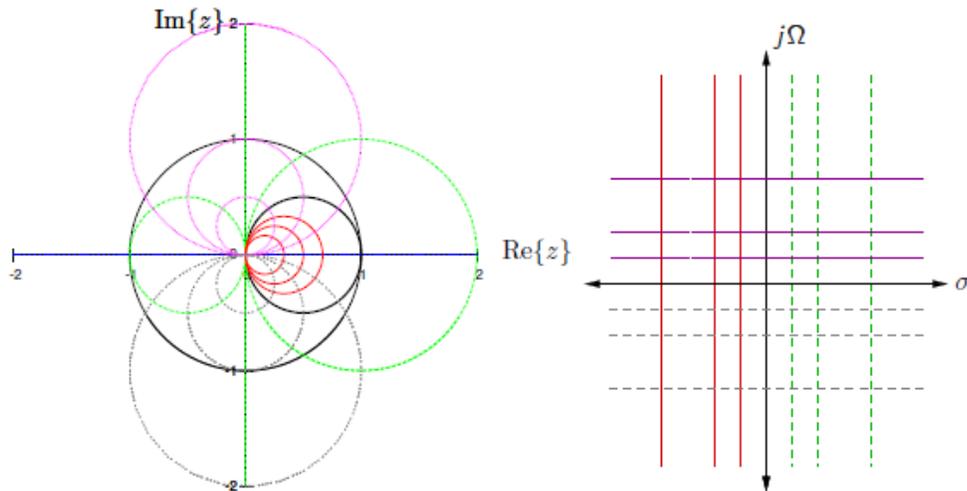


Figura 3. 10: Mapeo de aproximación de derivadas entre los planos  $s$  y  $z$

A pesar de su gran utilidad este método se restringe para solamente ser utilizado en filtros paso bajo y paso banda con frecuencias resonantes relativamente bajas.

### 3.8.2. Diseño por invarianza impulsional.

Este método consiste en buscar una respuesta impulsional del filtro digital que corresponda a la respuesta impulsional muestreada del filtro analógico:

$$h(n) = h(t)|_{t=nT}, \quad n = 0, 1, \dots$$

Matemáticamente el muestreo en el tiempo conduce a una extensión periódica que consiste en la superposición del espectro analógico desplazado por múltiplos de la frecuencia de muestreo  $F_s = 1/T$ .

$$H(\omega) = F_s \sum_{k=-\infty}^{\infty} H_a(\omega F_s - 2\pi F_s k)$$

Para altas frecuencias ocurre el aliasing haciendo el método inapropiado para diseñar filtros pasa altos. Ahora, se puede demostrar la equivalencia entre los dos dominios es  $z = e^{sT} = e^{\sigma + j\Omega T} = e^{\sigma T} e^{j\Omega T} = r e^{j\omega}$  con  $r = e^{\sigma T}$  y  $\omega = \Omega T$ , implicando que en el lado izquierdo del semiplano (ver figura 3.11) corresponde al interior de la circunferencia unitaria ( $r < 1$ ), proyectándose entre los intervalos de frecuencia  $(2k-1)\frac{\pi}{T} \leq \Omega \leq (2k+1)\frac{\pi}{T}$  lo que hace correspondencia una relación inyectiva proveniente del efecto aliasing debido al muestreo.

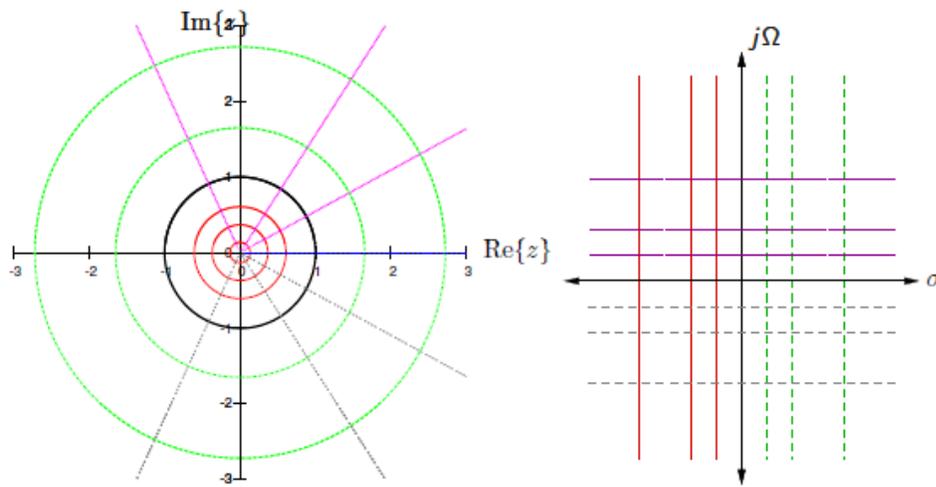


Figura 3. 11: Mapeo de varianza impulsional entre los planos  $s$  y  $z$

Para lo cual se demuestra que el filtro analógico sigue:

$$H_a(s) = \sum_{k=1}^M \frac{c_k}{s - p_k} \quad \Rightarrow \quad H(z) = \sum_{k=1}^M \frac{c_k}{1 - e^{p_k T} z^{-1}}$$

Aunque los polos siguen la relación  $p_k = e^{p_k T}$ , lo que no satisface para los ceros mostrados en la figura 3.11.

### 3.8.3. La transformada $z$ adapta

El mapeo utilizado es similar al del diseño por invarianza impulsional, mediante  $z = e^{sT}$ , pero con la ventaja de realizarlo para polos y ceros. La

equivalencia entre  $(s - a)$  y  $(1 - e^{aT} z^{-1})$  se denomina transformación  $z$  adaptada, de acuerdo a:

$$H(s) = \frac{\prod_{k=1}^M (s - z_k)}{\prod_{k=1}^N (s - p_k)} \quad \Rightarrow \quad H(z) = \frac{\prod_{k=1}^M (1 - e^{z_k T} z^{-1})}{\prod_{k=1}^N (1 - e^{p_k T} z^{-1})}$$

Es importante considerar que  $T$  debe ser lo suficientemente pequeño para evitar el aliasing.

### 3.8.4. Diseño por transformación bilineal.

Para el presente método utilizamos la relación denominada bilineal o derivada trapezoidal para integración numérica:

$$s = \frac{2}{T} \left( \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \right)$$

Dicho método es único para transformar filtros paso alto y paso banda por contar con una representación biyectiva entre  $\omega$  y  $\Omega$  obteniendo la figura

3.12, cuya expresión es:

$$z = -\frac{T s + 2}{T s - 2}$$

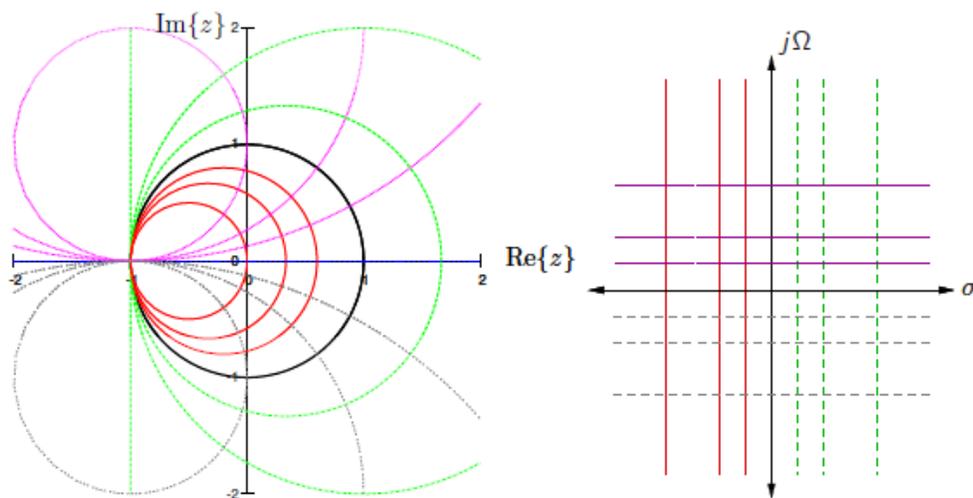


Figura 3. 12: Mapeo bilineal entre los planos  $s$  y  $z$

## Capítulo 4. Implementación de aplicaciones de Filtros FIR e IIR.

Para el presente capítulo se implementan los filtros FIR e IIR mediante la herramienta de programación MatLab, aprovechando las funciones de Signal Processing Toolbox de MatLab, muy útiles para el diseño de filtros digitales FIR e IIR. Las técnicas de diseño de los filtros digitales fueron descritas en el capítulo anterior. Los filtros de este proyecto son los Butterworth, Chebyshev (tipo I y tipo II), y elíptica.

Se consideran tres problemas para el diseño, primeramente, un filtro FIR paso bajo, a continuación, las mismas especificaciones se aplican al diseño de un filtro IIR. Esto también implica el uso del método de la ventana, en la primera ventana de Kaiser, entonces el algoritmo de Park-McClellan. Finalmente, el diseño permite una comparación minuciosa de todas las opciones de diseño de filtros.

### 4.1. Filtros FIR

El modelo matemático para implementar filtros digitales FIR ha sido explicado en la sección o capítulo anterior, se programó en MatLab y para poder visualizar el resultado obtenido. El diseño del filtro FIR paso bajo se lo programa con las siguientes especificaciones:

Frecuencia de muestreo,  $F_s = 10 \text{ Hz}$

Frecuencia pasa banda, Edge  $F_{c1} = 2 \text{ Hz}$

Frecuencia banda de rechazo, Edge  $F_{c1} = 2,4 \text{ Hz}$

Pasa banda de rizado = 0,09 dB

Atenuación mínima de banda de rechazo = 30 dB.

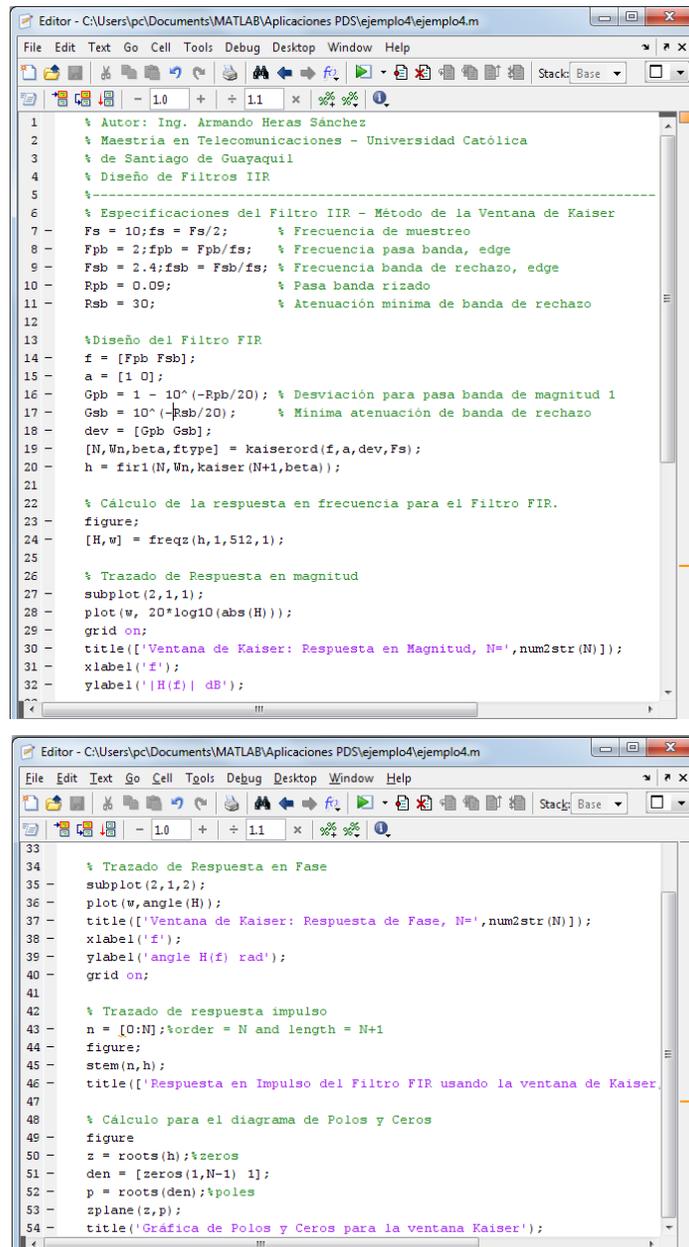
A continuación, para el diseño de Filtros FIR se consideró los siguientes métodos:

- a. La ventana Kaiser
- b. El algoritmo McClellan Park

Los resultados de cada método diseñado se especifican a continuación, y que se comparan.

#### 4.1.1. Filtro FIR por el método de la Ventana de Kaiser.

En la figura 4.1 se muestra el programa que permite simular un filtro FIR pasa bajo por el método de la Ventana de Kaiser.



```
1 % Autor: Ing. Armando Heras Sánchez
2 % Maestría en Telecomunicaciones - Universidad Católica
3 % de Santiago de Guayaquil
4 % Diseño de Filtros IIR
5
6 -----
7 % Especificaciones del Filtro IIR - Método de la Ventana de Kaiser
8 - Fs = 10; fs = Fs/2; % Frecuencia de muestreo
9 - Fpb = 2; fpb = Fpb/fs; % Frecuencia pasa banda, edge
10 - Fsb = 2.4; fsb = Fsb/fs; % Frecuencia banda de rechazo, edge
11 - Rpb = 0.09; % Pasa banda rizado
12 - Rsb = 30; % Atenuación mínima de banda de rechazo
13
14 % Diseño del Filtro FIR
15 - f = [Fpb Fsb];
16 - a = [1 0];
17 - Gpb = 1 - 10^(-Rpb/20); % Desviación para pasa banda de magnitud 1
18 - Gsb = 10^(-Rsb/20); % Mínima atenuación de banda de rechazo
19 - dev = [Gpb Gsb];
20 - [N,Wn,beta,ftype] = kaiserord(f,a,dev,Fs);
21 - h = fir1(N,Wn,kaiser(N+1,beta));
22
23 % Cálculo de la respuesta en frecuencia para el Filtro FIR.
24 - figure;
25 - [H,w] = freqz(h,1,512,1);
26
27 % Trazado de Respuesta en magnitud
28 - subplot(2,1,1);
29 - plot(w, 20*log10(abs(H)));
30 - grid on;
31 - title(['Ventana de Kaiser: Respuesta en Magnitud, N=', num2str(N)]);
32 - xlabel('f');
33 - ylabel('|H(f)| dB');
34
35 % Trazado de Respuesta en Fase
36 - subplot(2,1,2);
37 - plot(w, angle(H));
38 - title(['Ventana de Kaiser: Respuesta de Fase, N=', num2str(N)]);
39 - xlabel('f');
40 - ylabel('angle H(f) rad');
41 - grid on;
42
43 % Trazado de respuesta impulso
44 - n = [0:N]; % order = N and length = N+1
45 - figure;
46 - stem(n,h);
47 - title(['Respuesta en Impulso del Filtro FIR usando la ventana de Kaiser, N=', num2str(N)]);
48
49 % Cálculo para el diagrama de Polos y Ceros
50 - figure;
51 - z = roots(h); % zeros
52 - den = [zeros(1,N-1) 1];
53 - p = roots(den); % poles
54 - zplane(z,p);
55 - title('Gráfica de Polos y Ceros para la ventana Kaiser');
```

Figura 4. 1: Programa para el diseño de Filtros FIR por el método de la ventana Kaiser  
Fuente: El autor.

Una vez realizada la programación y sin presentar errores de sintaxis, procedemos a obtener el resultado mediante las gráficas de respuesta en magnitud y fase (ver figura 4.2), respuesta de impulso (ver figura 4.3) y finalmente Polos y Ceros (ver figura 4.4).

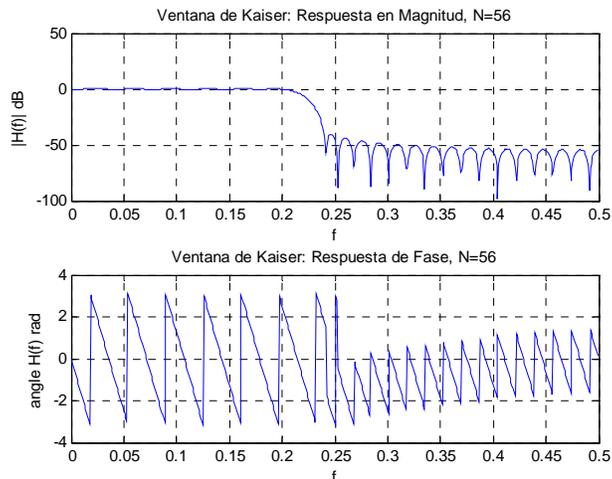


Figura 4. 2: Respuestas en magnitud y frecuencia de Filtros FIR mediante la ventana Kaiser.  
Fuente: El Autor

El método de la ventana de Kaiser ya se estudió en profundidad, las características se observan a partir de la respuesta de frecuencia y fase (ver figura 4.2):

1. El filtro diseñado cumple con las especificaciones.
2. La pasa banda contiene ondulaciones de magnitud creciente con el rizado de pico que aparece en el límite de banda.
3. La banda de rechazo también se compone de ondas de amplitud decreciente.
4. La ondulación aparecen a causa de las ondulaciones en la respuesta de frecuencia de la ventana de Kaiser.
5. El filtro FIR es de orden 55, considerablemente más altos que los obtenidos por cualquier filtro IIR, esté es un resultado general.
6. La respuesta de fase es lineal, siendo una propiedad muy deseable.

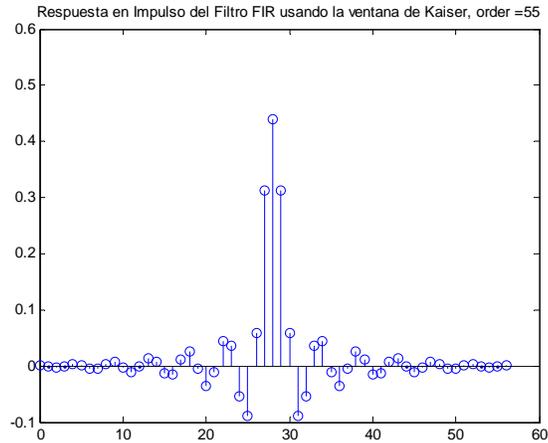


Figura 4. 3: Respuesta en impulso de Filtros FIR mediante la ventana Kaiser.  
Fuente: El Autor

La figura 4.3 muestra la respuesta en impulso y la figura 4.4 se ilustra el diagrama de polos y ceros, que presentan algunas propiedades familiares, la respuesta al impulso es simétrica respecto a su punto medio. El filtro tiene sólo ceros, todos acompañados por la inversa de su conjugado. En consecuencia, este filtro será siempre estable.

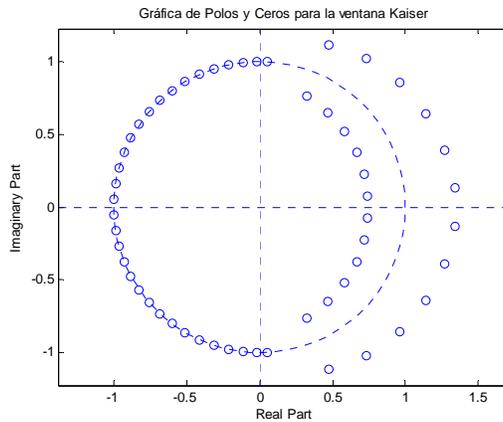


Figura 4. 4: Gráfica de Polos y Ceros de Filtros FIR mediante la ventana Kaiser.  
Fuente: El Autor

#### 4.1.2. Filtro FIR por el método del algoritmo Parks-McClellan.

En la figura 4.5 se muestra el programa que permite simular un filtro FIR pasa bajo por el algoritmo Parks-McClellan.

```

1  \ Autor: Ing. Armando Neras Sánchez
2  \ Maestría en Telecomunicaciones - Universidad Católica
3  \ de Santiago de Guayaquil
4  \ Diseño de Filtros FIR
5  \-----
6  \ Especificaciones del Filtro FIR - algoritmo McClellan Park
7  rp = 0.09; \ Pasa banda rizado
8  rs = 30; \ Banda de rechazo rizado
9  fs = 10; \ Frecuencia de muestreo
10 f = [2 2.4]; \ Frecuencias de corte
11 a = [1 0]; \ Amplitudes deseadas
12 Gpb1 = (10*(rp/20)-1)/(10*(rp/20)+1);
13 Gpb2 = 1 - 10*(-rp/20);
14 Gsb = 10*(-rs/20);
15
16 \ Cálculo de las desviaciones
17 dev = { Gpb2 Gsb};
18 [n,fo,ao,w] = remezord(f,a,dev,fs);
19 b = remez(n,fo,ao,w);
20 [H,w]=freqz(b,1,1024,fs);
21
22 \ Trazado de respuesta eb magnitud
23 figure;
24 subplot(2,1,1);
25 plot(w, 20*log10(abs(H)));
26 grid on;
27 title(['Filtro pasa bajo Equi-ripple, Respuesta en Magnitud,order=',num2str(n)]);
28 xlabel('f');
29 ylabel('|H(f)| dB');
30
31 \ Trazado de respuesta en Fase
32 subplot(2,1,2);
33 plot(w,angle(H));
34 title(['Filtro pasa bajo Equi-ripple Lowpass Filter, Respuesta de Fase,order=',num2str(n)]);
35 xlabel('f');
36 ylabel('angle H(f) rad');
37 grid on;
38
39 \ Respuesta de impulso
40 [y,t] = impz(b,1,60);
41 figure;
42 stem(t,y);
43 title(['Filtro pasa bajo Equi-ripple, Respuesta de Impulso,order=',num2str(n)]);
44
45 \ Gráfica de Polos y Ceros
46 z = roots(b); \ zeros
47 p = roots(1); \ polos
48 figure;
49 splane(z,p);
50 title('Gráfica de Polos y Ceros para Filtro pasa bajo Equi-ripple');

```

Figura 4. 5: Programa para el diseño de Filtros FIR mediante el algoritmo Parks-McClellan.  
Fuente: El Autor

El algoritmo de Parks-McClellan es considerado un filtro FIR óptimo, en la figura 4.6 se muestra las respuestas de frecuencia en magnitud y fase, las características del presente filtros son:

1. El Filtro FIR diseñado cumple con las especificaciones.
2. La banda de rechazo y la banda de paso son caracterizadas por ondas de igual amplitud.
3. En la banda de paso, la respuesta de fase es lineal, siendo esto altamente deseable.
4. El Filtro FIR mediante el algoritmo Parks-McClellan es de orden 41, muy superior al obtenido en apartado 4.1.1. usando el filtro de ventana Kaiser. Sin embargo, es casi dos veces el tipo de orden del filtro de Butterworth.

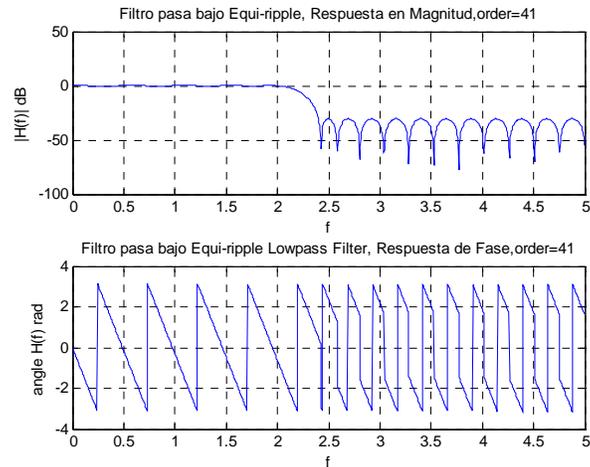


Figura 4. 6: Respuestas en magnitud y frecuencia de Filtros FIR mediante el algoritmos Parks-McClellan.

Fuente: El Autor

Para la respuesta de impulso y el diagrama de polos y ceros, es muy similar al obtenido en el caso del filtro diseñado utilizando la ventana Kaiser. En la figura 4.7 se muestra, la respuesta de impulso; y el diagrama de polos y ceros se muestra en la figura 4.8. Como se mencionó anteriormente algunas propiedades son exhibidas en forma similar, es decir, la respuesta impulso es simétrica alrededor de su punto medio. El filtro FIR tiene sólo ceros, y es cero acompañado por la inversa de su conjugado. Por consiguiente, este filtro será siempre estable.

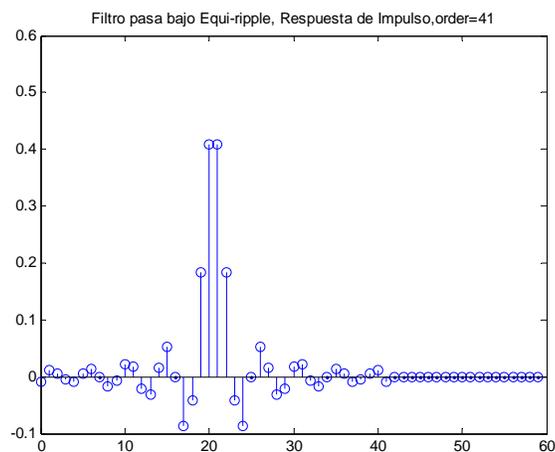


Figura 4. 7: Respuesta en impulso de Filtros FIR mediante el algoritmo Parks-McClellan.

Fuente: El Autor

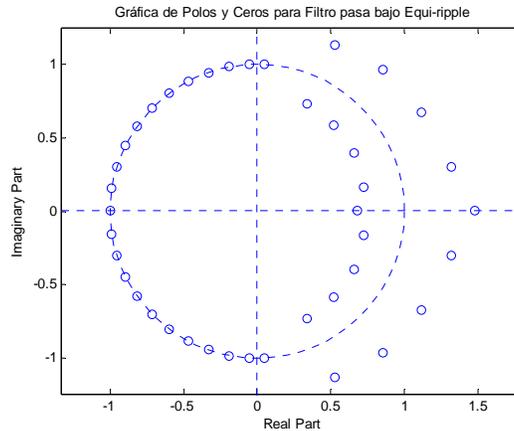


Figura 4. 8: Gráfica de Polos y Ceros de Filtros FIR mediante el algoritmo Parks-McClellan.  
Fuente: El Autor

## 4.2. Filtros IIR

Para diseñar los Filtros IIR mediante la programación en MatLab, se consideran 4 tipos de análisis con las siguientes especificaciones de filtros:

- Butterworth
- Chebyshev tipo I
- Chebyshev tipo II
- Elíptico

Para cada uno de los filtros FIR a diseñar se deben considerar los siguientes parámetros:

Frecuencia de muestreo,  $F_s = 10 \text{ Hz}$

Frecuencia pasa de banda, Edge,  $F_{C1} = 2 \text{ Hz}$

Frecuencia banda de rechazo, Edge,  $F_{C1} = 2,4 \text{ Hz}$

Banda de paso rizado = 0,1 dB

Atenuación mínima de banda de rechazo = 30 dB.

### 4.2.1. Filtro IIR - Butterworth

De acuerdo a las especificaciones dadas y en forma similar al diseño de Filtros FIR, desarrollamos el programa en MatLab para los Filtros IIR – Butterworth, el mismo que se ilustra en la figura 4.9.

```

1 % Autor: Ing. Armando Heras Sánchez
2 % Maestría en Telecomunicaciones - Universidad Católica
3 % de Santiago de Guayaquil
4 % Diseño de Filtros IIR
5 -----
6 % Especificaciones del Filtro IIR
7 - Fs = 10;fs = Fs/2; % Frecuencia de muestreo
8 - Fpb = 2;fpb = Fpb/fs; % Frecuencia paso de banda edge
9 - Fsb = 2.4;fsb = Fsb/fs; % Frecuencia banda de rechazo edge
10 - Rpb = 0.1; % Banda de paso rizado
11 - Rsb = 30; % Atenuación mínima de banda de rechazo
12 -----
13 % Declaración de funciones especiales para Filtros Butterworth
14 [n,fn] = buttord(fpb,fsb,Rpb,Rsb);
15 [b,a] = butter(n,fn);
16 [H,w] = freqz(b,a,512,1);
17 figure;
18
19 % Trazado de respuesta en magnitud
20 subplot(2,1,1);
21 plot(w, 20*log10(abs(H)));
22 grid on;
23 title(['Filtro paso bajo Butterworth, Respuesta en Magnitud,order=',num2str(n),'']);
24 xlabel('f');
25 ylabel('|H(f)| dB');
26
27 % Trazado de respuesta en Fase
28 subplot(2,1,2);
29 plot(w,angle(H));
30 title(['Filtro paso bajo Butterworth, Respuesta en Fase,order=',num2str(n),'']);
31 xlabel('f');
32 ylabel('angle H(f) rad');
33
34
35 % Trazado para respuesta de Impulso
36 [y,t] = impz(b,a,60);
37 figure;
38 stem(t,y);
39 title(['Filtro paso bajo Butterworth, Respuesta de Impulso,order=',num2str(n),'']);
40
41 % Trazado de Polos y Zeros
42 z = roots(b); % zeros
43 p = roots(a); % poles
44 figure;
45 zplane(z,p);
46 title('Gráfica de Polos-Ceros para Filtros pasa bajos Butterworth');

```

Figura 4. 9: Programa para el diseño de Filtros IIR – Butterworth.  
Fuente: El Autor

En la figura 4.10 se muestran las respuestas de frecuencia en magnitud y fase, es decir, la respuesta de frecuencia del Filtro IIR pasa bajo – Butterworth, satisface lo siguiente:

1. El filtro diseñado cumple con las especificaciones técnicas para Filtros Butterworth.
2. La respuesta de magnitud de pasa banda tiene un aplanamiento máximo.
3. La respuesta de magnitud es monótona en la banda de detención.

4. La respuesta de fase es aproximadamente lineal en la banda de paso.

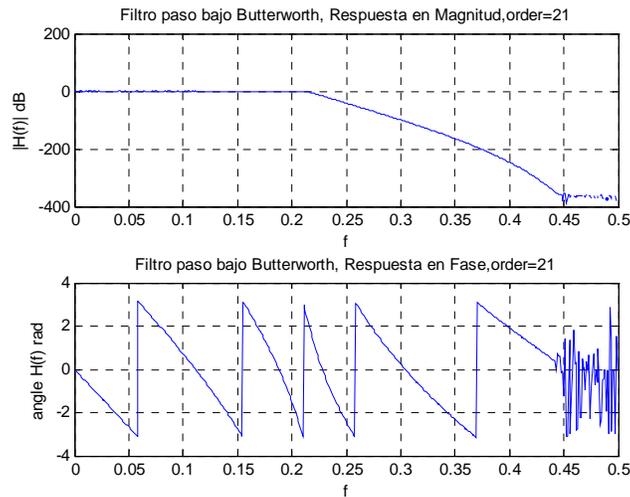


Figura 4. 10: Respuestas en magnitud y frecuencia del Filtro pasa bajo IIR – Butterworth.  
Fuente: El Autor

La respuesta de impulso mostrada en la figura 4.11, comienza a decaer con el tiempo, lo que nos indica que el diseño del filtrado es estable. Además, la figura 4.12 muestra los polos y ceros, confirmando así, la estabilidad del filtro, los polos residen dentro del círculo unitario y, adicional contiene 21 ceros correspondientes a la raíz  $(1 + z^{-21})$ .

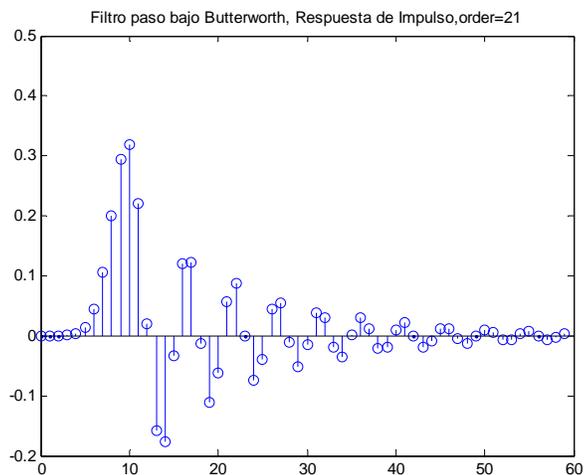


Figura 4. 11: Respuesta en impulso de Filtros pasa bajo IIR – Butterworth.  
Fuente: El Autor

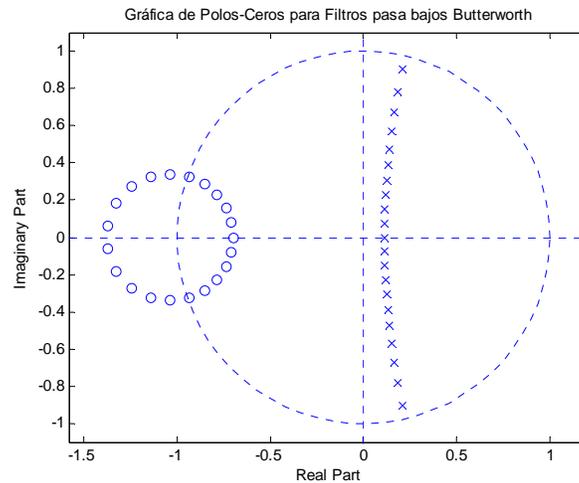


Figura 4. 12: Gráfica de Polos y Ceros de Filtros IIR – Butterworth.  
Fuente: El Autor

#### 4.2.2. Filtro IIR – Chebyshev Tipo I

En la figura 4.13 se muestra el programa desarrollado en MatLab para un Filtro IIR pasa bajo – Chebyshev Tipo I, cuyos parámetros son los mismos para Filtros IIR.

```

Editor - C:\Users\pc\Documents\MATLAB\Aplicaciones PDS\ejemplo6\ejemplo6.m*
File Edit Text Go Cell Tools Debug Desktop Window Help
Stack: Base
1 % Autor: Ing. Armando Heras Sánchez
2 % Maestría en Telecomunicaciones - Universidad Católica de Santiago de Guayaquil
3 % Diseño de Filtros IIR
4 %-----
5 % Especificaciones del Filtro IIR
6 Fs = 10;fs = Fs/2; % Frecuencia de muestreo
7 Fpb = 2;fpb = Fpb/fs; % Frecuencia paso de banda edge
8 Fsb = 2.4;fsb = Fsb/fs; % Frecuencia banda de rechazo edge
9 Rpb = 0.1; % Banda de paso rizado
10 Rsb = 30; % Atenuación mínima de banda de rechazo
11 %-----
12 % Filtro Chebyshev Tipo I
13 [n1,fn1] = cheblord(fpb,fsb,Rpb,Rsb);
14 [b1,a1] = cheby1(n1,.1,fn1);
15 [H1,w1] = freqz(b1,a1,512,1);
16 figure;
17
18 % Trazado de la respuesta en magnitud
19 subplot(2,1,1);
20 plot(w1, 20*log10(abs(H1)));
21 grid on;
22 title(['Filtro paso bajo IIR - Chebyshev Tipo I, Respuesta en Magnitud,order=',num2str(n1)]);
23 xlabel('f');
24 ylabel('|H(f)| dB');
25
26 % Trazado de la respuesta en Fase
27 subplot(2,1,2);
28 plot(w1,angle(H1));
29 title(['Filtro paso bajo IIR - Chebyshev Tipo I, Respuesta de Fase,order=',num2str(n1)]);
30 xlabel('f');
31 ylabel('angle H(f) rad');
32 grid on;
33

```

```

Editor - C:\Users\pc\Documents\MATLAB\Aplicaciones PDS\ejemplo6\ejemplo6.m
File Edit Text Go Cell Tools Debug Desktop Window Help
34 % Respuesta Impulso
35 [y,t] = impz(b1,a1,60);
36 figure;
37 stem(t,y);
38 title(['Filtro paso bajo IIR - Chebyshev Tipo I, Respuesta de Impulso,order=',num2str(n1)]);
39
40 % Gráfica de Polos y Ceros
41 z = roots(b1); % ceros
42 p = roots(a1); % polos
43 figure;
44 zplane(z,p);
45 title(['Gráfica de Polos y Ceros para el Filtro paso bajo IIR - Chebyshev TIPO I']);
ejemplo3.m ejemplo4.m ejemplo5.m ejemplo6.m* ejemplo7.m ejemplo8.m
script Ln 45 Col 8 OVR

```

Figura 4. 13: Programa para el diseño de Filtros IIR – Chebyshev Tipo I.  
Fuente: El Autor

Para el diseño de filtro IIR pasa bajo – Chebyshev Tipo I podemos establecer sobre la respuesta de frecuencia en magnitud y fase (véase la figura 4.14):

- 1.El diseño del filtro cumple con las características dadas en la fundamentación teórica.
- 2.La banda de paso está caracterizada por la presencia de ondulaciones, cuya amplitud es 0,1 dB.
- 3.La banda de detección es decreciente.
- 4.La respuesta de fase para la banda de paso es casi no lineal.
- 5.El orden del filtro de Chebyshev, es 9, sustancialmente menor que del filtro Butterworth considerado anteriormente, cuyo valor de orden es 21.

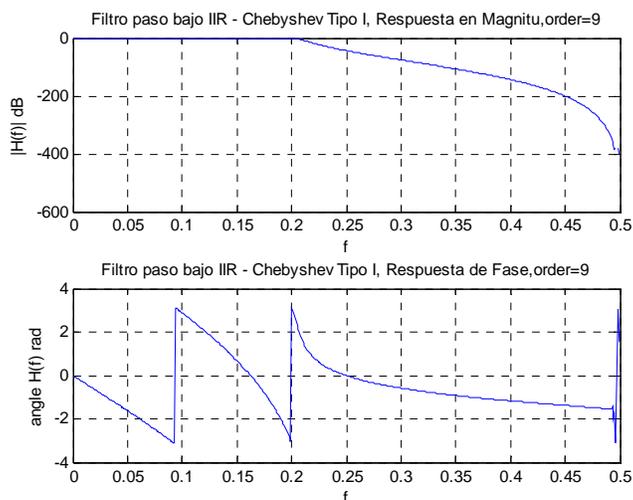


Figura 4. 14: Respuestas en magnitud y frecuencia del Filtro pasa bajo IIR – Chebyshev Tipo I.  
Fuente: El Autor

A partir de la respuesta de impulso que se muestra en la figura 4.15, que decae con el tiempo, se puede inferir que el filtro diseñado es estable. Esto es confirmado en el diagrama de polos-ceros, donde los polos residen dentro del círculo unitario. El diagrama de polos y ceros (ver Figura 4.16) contiene 9 ceros correspondientes a las raíces de  $(1+z^{-9})$  de acuerdo al término del numerador en la función de transferencia, a cuenta de la transformación bilineal utilizada por la función cheby1 en MATLAB.

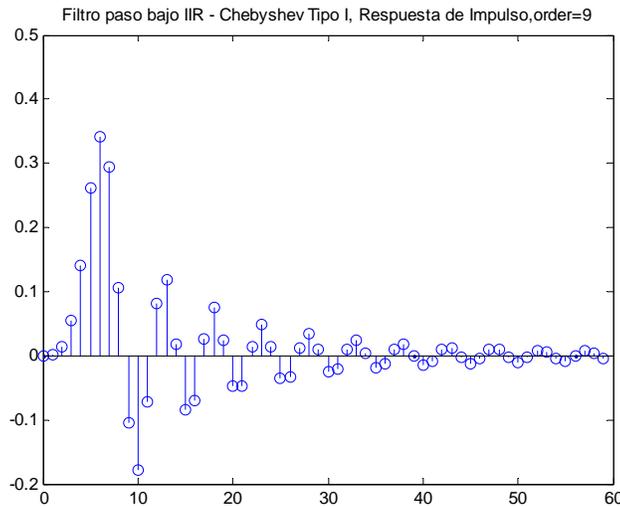


Figura 4. 15: Respuesta en impulso de Filtros pasa bajo IIR – Chebyshev Tipo I.

Fuente: El Autor

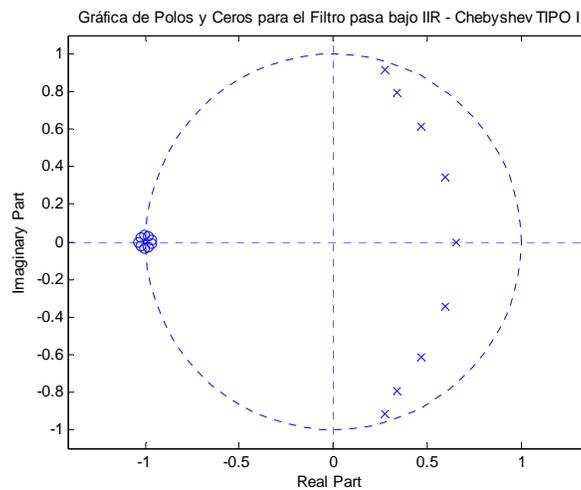
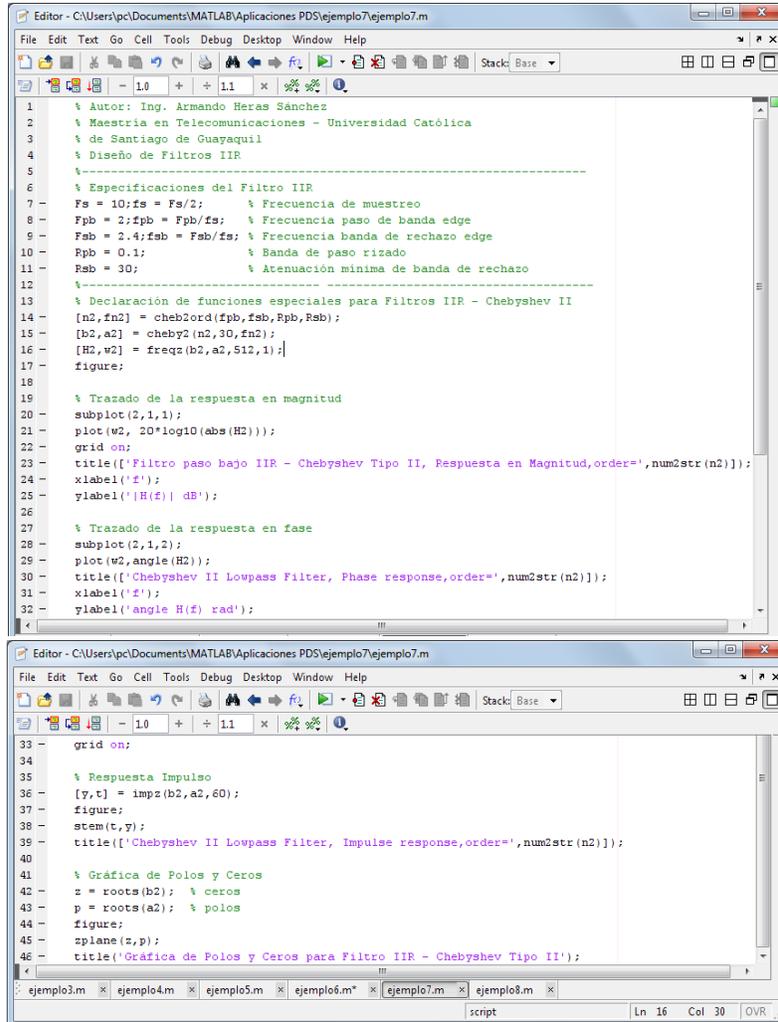


Figura 4. 16: Gráfica de Polos y Ceros de Filtros IIR – Chebyshev Tipo I.

Fuente: El Autor

### 4.2.3. Filtro IIR – Chebyshev Tipo II

En la figura 4.17 se muestra el programa desarrollado en MatLab para un Filtro IIR pasa bajo – Chebyshev Tipo II, cuyos parámetros son los que se dieron inicialmente para los Filtros IIR.



```
1 % Autor: Ing. Armando Heras Sánchez
2 % Maestría en Telecomunicaciones - Universidad Católica
3 % de Santiago de Guayaquil
4 % Diseño de Filtros IIR
5 -----
6 % Especificaciones del Filtro IIR
7 Fs = 10;fs = Fs/2; % Frecuencia de muestreo
8 Fpb = 2;fpb = Fpb/Fs; % Frecuencia paso de banda edge
9 Fsb = 2.4;fsb = Fsb/Fs; % Frecuencia banda de rechazo edge
10 Rpb = 0.1; % Banda de paso rizado
11 Rsb = 30; % Atenuación mínima de banda de rechazo
12 -----
13 % Declaración de funciones especiales para Filtros IIR - Chebyshev II
14 [n2,fn2] = cheb2ord(fpb,fsb,Rpb,Rsb);
15 [b2,a2] = cheby2(n2,30,fn2);
16 [H2,w2] = freqz(b2,a2,512,1);
17 figure;
18
19 % Trazado de la respuesta en magnitud
20 subplot(2,1,1);
21 plot(w2, 20*log10(abs(H2)));
22 grid on;
23 title(['Filtro paso bajo IIR - Chebyshev Tipo II, Respuesta en Magnitud,order=',num2str(n2)]);
24 xlabel('f');
25 ylabel('|H(f)| dB');
26
27 % Trazado de la respuesta en fase
28 subplot(2,1,2);
29 plot(w2,angle(H2));
30 title(['Chebyshev II Lowpass Filter, Phase response,order=',num2str(n2)]);
31 xlabel('f');
32 ylabel('angle H(f) rad');
33
34 grid on;
35 % Respuesta Impulso
36 [y,t] = impz(b2,a2,60);
37 figure;
38 stem(t,y);
39 title(['Chebyshev II Lowpass Filter, Impulse response,order=',num2str(n2)]);
40
41 % Gráfica de Polos y Ceros
42 z = roots(b2); % ceros
43 p = roots(a2); % polos
44 figure;
45 zplane(z,p);
46 title('Gráfica de Polos y Ceros para Filtro IIR - Chebyshev Tipo II');
```

Figura 4. 17: Programa para el diseño de Filtros IIR – Chebyshev Tipo II.

Fuente: El Autor

Las siguientes observaciones se pueden hacer a partir de la respuesta de frecuencia (Figura 4.18) del filtro Chebyshev Tipo II:

1. El filtro diseñado cumple con las especificaciones.
2. La banda de paso es la parte plana.
3. La banda de detección es caracterizada por la presencia de ondas, teniendo cada una la misma amplitud. Esto es lo

contrario de lo que se observó en el caso del filtro Chebyshev Tipo I.

4. Curiosamente, el orden del filtro es 9, tal como fue el caso del filtro Chebyshev Tipo I.
5. La respuesta de fase es aproximadamente lineal para las frecuencias de banda de paso inferior y tiene valor menor que cero, lo que indica la fase en retraso.

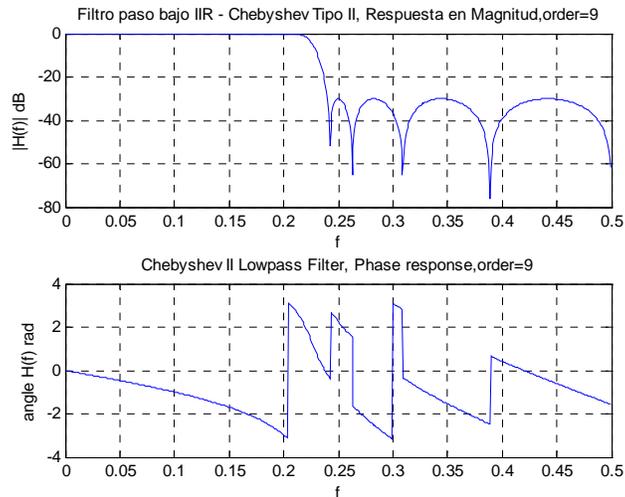


Figura 4. 18: Respuestas en magnitud y frecuencia del Filtro pasa bajo IIR – Chebyshev Tipo II.  
Fuente: El Autor

Para la respuesta de impulso que se muestra en la Figura 4.19, la señal decae con el tiempo, se puede inferir que el filtro diseñado es estable, siendo confirmado por el diagrama de polos y ceros (ver Figura 4.20), el mismo contiene 9 ceros que residen en el círculo unitario.

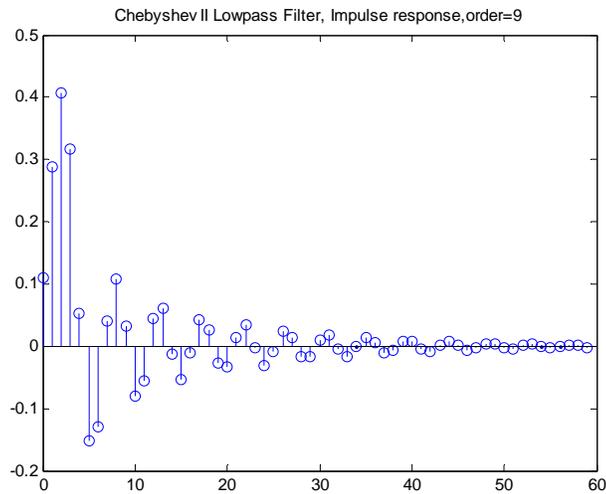


Figura 4. 19: Respuesta en impulso de Filtros pasa bajo IIR – Chebyshev Tipo II.  
Fuente: El Autor

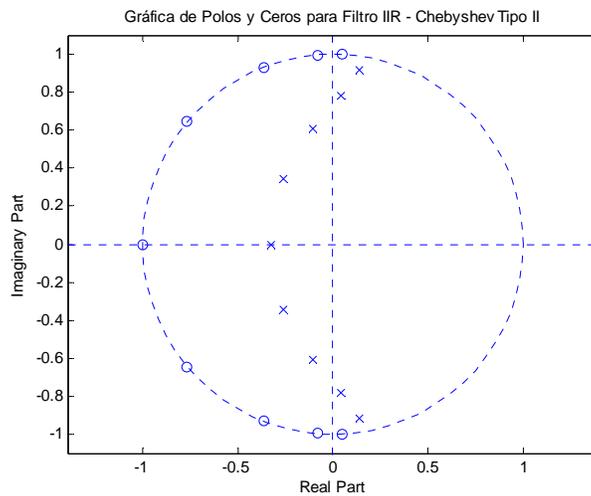


Figura 4. 20: Gráfica de Polos y Ceros de Filtros IIR – Chebyshev Tipo II.  
Fuente: El Autor

#### 4.2.4. Filtro IIR – Elíptico.

Para el último diseño de Filtro IIR – Elíptico pasa bajo, donde la figura 4.21 muestra el programa desarrollado en MatLab, cuyos parámetros son los mismos para Filtros IIR Chebyshev.

```

Editor - C:\Users\pc\Documents\MATLAB\Aplicaciones PDS\ejemplo8\ejemplo8.m
File Edit Text Go Cell Tools Debug Desktop Window Help
Stack: Base
- 1.0 + 1.1 x
1 % Autor: Ing. Armando Heras Sánchez
2 % Maestría en Telecomunicaciones - Universidad Católica
3 % de Santiago de Guayaquil
4 % Diseño de Filtros IIR
5 %-----
6 % Especificaciones del Filtro IIR
7 Fs = 10;fs = Fs/2; % Frecuencia de muestreo
8 Fpb = 2;fpb = Fpb/fs; % Frecuencia paso de banda edge
9 Fsb = 2.4;fsb = Fsb/fs; % Frecuencia banda de rechazo edge
10 Rpb = 0.1; % Banda de paso rizado
11 Rsb = 30; % Atenuación mínima de banda de rechazo
12 %-----
13 % Declaración de funciones especiales para Filtros IIR - Eliptico
14 [n3,fn3] = ellipord(fpb,fsb,Rpb,Rsb);
15 [b3,a3] = ellip(n3,.1,30,fn3);
16 [H3,w3] = freqz(b3,a3,512,1);
17 figure;
18
19 % Trazado de la respuesta en magnitud
20 subplot(2,1,1);
21 plot(w3, 20*log10(abs(H3)));
22 grid on;
23 title(['Filtro paso bajo IIR - Eliptico, Respuesta en Magnitud,order=',num2str(n3)]);
24 xlabel('f');
25 ylabel('|H(f)| dB');
26
27 % Trazado de la respuesta en magnitud
28 subplot(2,1,2);
29 plot(w3,angle(H3));
30 title(['Filtro paso bajo IIR - Eliptico, Respuesta en Fase,order=',num2str(n3)]);
31 xlabel('f');
32 ylabel('angle H(f) rad');
33 grid on;
34
35 % Respuesta de Impulso
36 [y,t] = impz(b3,a3,60);
37 figure;
38 stem(t,y);
39 title(['Filtro paso bajo IIR - Eliptico, Respuesta de Impulso,order=',num2str(n3)]);
40
41 % Gráfica de Polos y Ceros
42 z = roots(b3); % ceros
43 p = roots(a3); % polos
44 figure;
45 zplane(z,p);
46 title(['Gráfica de Polos y Ceros para Filtro paso bajo IIR - Eliptico']);
ejemplo3.m x ejemplo4.m x ejemplo5.m x ejemplo6.m* x ejemplo7.m x ejemplo8.m x
script Ln 46 Col 1 OVR

```

Figura 4. 21: Programa para el diseño de Filtros IIR – Elíptico.

Fuente: El Autor

Las siguientes observaciones se pueden hacer a partir de la respuesta de frecuencia (Figura 4.22) del filtro elíptico:

1. El filtro diseñado cumple con las especificaciones.
2. La respuesta de frecuencia es caracterizada por las ondulaciones en la banda de paso y la banda de detección, ambas ondas son de igual amplitud.
3. El orden del filtro, es cinco, el más bajo de todos los tipos considerados hasta ahora. Este filtro permite la transición más

aguda de todos los tipos considerados para un orden fijo. Alternativamente, el orden del filtro diseñado para satisfacer una especificación de transición particular será el menor. Esto explica la presencia de ondulaciones en la banda de paso y la banda de rechazo. Se trata de las transiciones bruscas que hacen esto posible.

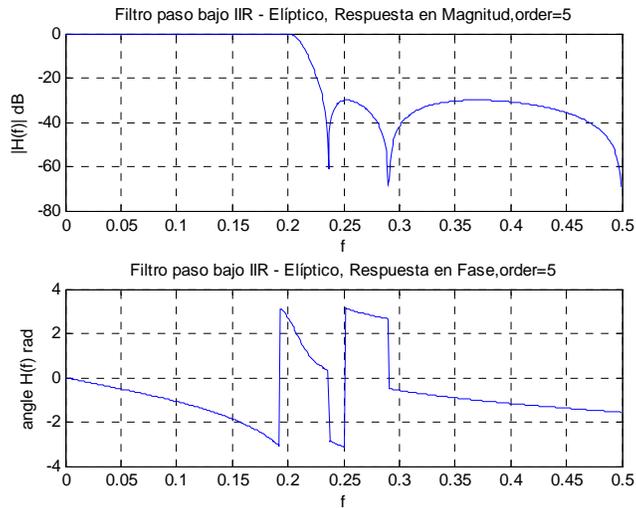


Figura 4. 22: Respuestas en magnitud y frecuencia del Filtro pasa bajo IIR – Elíptico.  
Fuente: El Autor

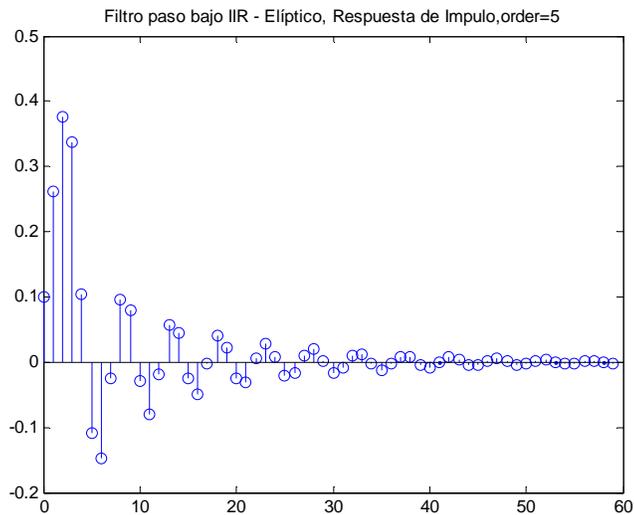


Figura 4. 23: Respuesta en impulso de Filtros pasa bajo IIR – Elíptico.  
Fuente: El Autor

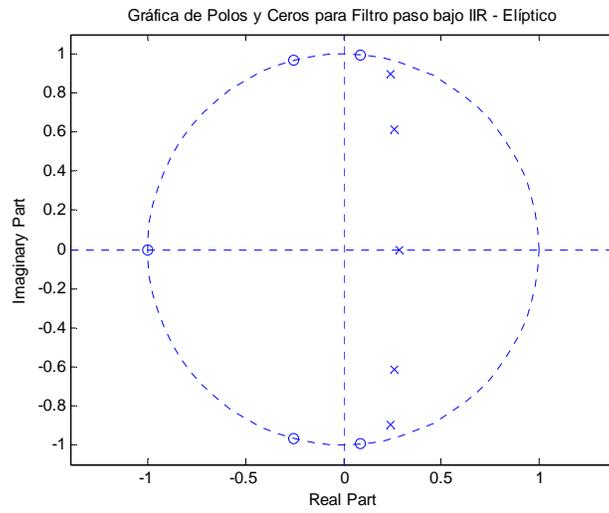


Figura 4. 24: Gráfica de Polos y Ceros de Filtros IIR – Elíptico.  
Fuente: El Autor

## **Capítulo 5: Conclusiones y Recomendaciones.**

### **5.1. Conclusiones.**

Al finalizar el presente trabajo de intervención mediante el desarrollo de Filtros Digitales FIR e IIR a través de la robusta herramienta de programación MatLab, podemos concluir que se logró lo siguiente:

1. Se realizó el estudio del estado del arte profundizado el área de procesamiento digital de señales, muy a pesar de que existe la materia tanto en pregrado como posgrado, el aporte que pretende este trabajo es complementar los conocimientos de los estudiantes y tener bases sólidas para estudios especializados de acuerdo a las nuevas líneas de investigación propuestas por la Facultad de Educación Técnica para el Desarrollo.
2. El valioso aporte brindado por MatLab para el procesamiento digital de señales, específicamente en los Filtros Digitales, ya que hasta ahora desconocía la forma de operar, muy aparte de la profundidad teórica (matemáticas avanzadas) que a través de métodos matemáticos se pueden diseñar, siendo este factor muy importante al momento de programar en MatLab.
3. El constante crecimiento del procesamiento digital de señales y las diversas aplicaciones que tiene en cualquier ámbito, sería imposible abarcar todo en una investigación, por lo que fue necesario explicar la teoría relacionada con el diseño de filtros digitales FIR e IIR.

### **5.2. Recomendaciones.**

1. Para la presente investigación es necesario que la Universidad Católica de Santiago de Guayaquil, adquiera la licencia profesional de MatLab e instalar en los laboratorios de computación para su respectivo uso de estudiantes tanto de pregrado como posgrado y de los docentes-investigadores.

2. Definir grupos de investigación en el área de procesamiento digital de señales e imágenes, y en cada uno de ellos desarrollar proyectos avanzados, donde los resultados obtenidos tienen que ser publicados en revistas nacionales e internacionales indexadas de alto nivel, lo que mejoraría así el nivel investigativo de la FETD.
3. Aunque el presente trabajo no incluye el estudio del hardware necesario en el procesamiento digital de señales, es importante resaltar que con equipos de última generación, ayudaría a mejorar el proceso investigativo a través de la implementación de un laboratorio especializado.

## Bibliografía

- Gilat, A. (2006). *Matlab: Una introducción con ejemplos prácticos*. Barcelona, España: Reverte.
- Brandenburg, K., & Popp, H. (2000). An Introduction to MPEG Layer - 3. *EBU Technical Review*.
- Carrión Pérez, P., Ródenas García, J., & Rieta Ibáñez, J. (2006). *Ingeniería Biomédica: imágenes médicas*. Murcia, España: Ediciones de la Universidad de Castilla.
- Esqueda Elizondo, J., & Palafox Maestre, L. (2005). *Fundamentos de procesamiento de imágenes*. Baja California, México: Editorial Universitaria.
- Faúndez Zanuy, M. (2000). *Tratamiento digital de voz e imagen y aplicación a la multimedia*. Barcelona, España: Marcombo.
- Gil R., M. (2003). *Introducción rápida a Matlab y Simulink para ciencia e ingeniería*. Madrid, España: Ediciones Díaz de Santos.
- González, J., Cutini, G., Cousseau, J., & Paolini, E. (2002). Cancelamiento Activo de Banda Ancha. *XVIII Congreso Argentino de Control Automático AADECA*. Buenos Aires.
- Ingle, V., & Proakis, J. (2011). *Digital Signal Processing Using Matlab*. Stamford, USA: Cengage Learning.
- Losada, R. (2004). Design finite impulse response digital filters, Part I. *Microwaves & RF, Vol. 43*, 66-80.
- Losada, R. (2004). Design finite impulse response digital filters, Part II. *Microwaves & RF, Vol. 43*, 70-84.
- Meyer-Baese, U. (2004). *Digital Signal Processing With Field Programmable Gate Arrays*. Berlín, Alemania: Springer.
- Oppenheim, A. V., Nawab, S. H., & Willsky, A. S. (1998). *Señales y Sistemas*. Naulcapan de Juárez, México: Prentice Hall Hispanoamericana, S.A.
- Passariello, G., & Mora, F. (1995). *Imágenes Médicas: Adquisición, Análisis, Procesamiento e Interpretación*. Venezuela: Ediciones de la Universidad Simón Bolívar.

- Smith, S. W. (2003). *Digital Signal Processing: A Practical Guide for Engineers and Scientists*. Burlington, USA: Elsevier.
- Soliman, S. S., & Srinath, M. D. (1999). *Señales y Sistemas continuos y discretos*. Madrid, España: Prentice Hall Iberia.

